

УДК 621:539

А. Г. Кузьменко

Национальный университет, г. Хмельницкий

ОБОБЩЕННАЯ ДИАГРАММА СДАВЛИВАНИЯ ТЕЛ ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ КАК ФУНКЦИЯ ТВЕРДОСТИ И ОСНОВА РЕЖИМОВ ППД

На основе теории подобия и размерности предложена обобщенная диаграмма сдавливания тел двойкой кривизны, как основа для представления твердости не в виде точечной механической характеристики, а в виде зависимости твердости от нагрузки. Обобщенная диаграмма является также основой для расчета силовых и деформационных режимов процессов поверхностно-пластического деформирования.

Твердость, индентор, поверхностно-пластическое деформирование, упрочнение

Введение

Твердость – это одна из основных механических характеристик поверхности, определяется путем вдавливания жесткого индентора, (например шарика), в пластически деформируемую поверхность. Вследствие неизбежно существующего упрочнения деформируемого материала твердость зависит от нагрузки или размера площадки контакта.

Чтобы сделать твердость однозначной характеристикой поверхности стандартами, ограничиваются условия вдавливания: нагрузка, диаметр шарика, время выдержки под нагрузкой и т.д., – вследствие этого стандартная твердость это характеристика однозначная для строго ограниченных условий в контакте, или точечная по нагрузке механическая характеристика поверхности. С целью обобщения твердости как характеристики поверхности нами в работе [4] на основе теории подобия и размерностей предложено для оценки механических свойств поверхности использовать обобщенную диаграмму сдавливания тел двойкой кривизны.

В данной работе дается оценка точности предложенной обобщенной характеристики твердости и методика ее применения для расчетов режимов поверхностно-пластического деформирования поверхостей (ППД).

1 Постановка задачи

1.1 Общие соотношения

1. Твердость металлов по методу Бринелля (ГОСТ 9012–59) может определяться при вдавливании шариков разных диаметров $D = 2,5; 5; 10$ мм и при разных нагрузках от 62,5 кГ до 3000 кГ. Из эксперимента известно, что зависимость величины диаметра отпечатка d , мм от нагрузки носит степенной характер

$$Q = cd^n, \quad (1)$$

поэтому определяемая при этом по Бринеллю величина твердости

$$HB = \frac{Q}{F_b}, \quad (2)$$

где

$$F_b = \frac{1}{2} \pi D^2 \left(1 - \sqrt{1 - (d/D)^2}\right). \quad (3)$$

не является постоянной величиной, а зависит от нагрузки.

2. Для более полного описания свойств поверхности в работах [2], [4] было предложено характеризовать свойства поверхности с помощью обобщенной функции вдавливания.

Обобщенная функция вдавливания получена при использовании метода подобия и размерностей, и имеет вид:

$$\frac{Q}{D^2 HB} = c \left(\frac{d}{D}\right)^n, \quad (4)$$

где HB – твердость, определяемая по Бринеллю для данного материала в соответствии со стандартом;

c, n – параметры обобщенной диаграммы вдавливания.

Величины $\frac{Q}{D^2 HB}$ и $\frac{d}{D}$ являются безразмерными комплексами и являются критериями подобия в процессе вдавливания жесткого шарика в пластическую плоскость.

В данной работе ставится задача на основе известных [1] экспериментальных данных установить соответствие с данными, полученными из расчета по (4) и прямыми экспериментальными данными.

Этап 1. Определение параметров обобщенной диаграммы вдавливания.

Порядок выполнения задачи:

- 1) взять экспериментальные данные, полученные при вдавливании шариков разных диаметров и при разных нагрузках;
- 2) для данных, полученных при одном диаметре шарика D_1 , но при разных нагрузках строится график зависимости $Q(d)$;
- 3) на графике выбираются две точки с координатами $(Q_{11}, d_{11}), (Q_{12}, d_{12})$; для точки, соответствующей стандарту на испытания, определяется величина твердости по Бринеллю HB;
- 4) на основе зависимости (4) и полученным экспериментальным данным определяются параметры c, n зависимости по формулам

$$n = \frac{\lg Q_{11} / Q_{12}}{\lg d_{11} / d_{12}}, \quad (5)$$

$$c = \frac{Q_{11}}{D_1^2 \text{HB}_1} \left(\frac{D_1}{d_{11}} \right)^n. \quad (6)$$

Этап 2. Определение диаметра отпечатка вдавливания (на выбранном материале) шарика другого диаметра D_2 :

- 1) выбираем нагрузки Q_{21}, Q_{22} , при которых определяются диаметры отпечатка d_{21}, d_{22} , при шарике D_2 ;
- 2) подставляем эти величины поочередно в зависимость (4) и находим:

$$c \left(\frac{d_{21}}{D_2} \right)^n = \frac{Q_{21}}{D_2^2 \text{HB}_1} \quad (7)$$

или

$$d_{21} = \left(\frac{Q_{21}}{D_2^2 \text{HB}_1} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{D_2}{c^{1/n}} \quad (8)$$

аналогично для других нагрузок.

Этап 3. Сравнение расчетных и экспериментальных данных:

- 1) берем экспериментальные данные, полученные при вдавливании шарика диаметром D_2 , например, из работы [1]; $(Q_{21}, d_{21}), (Q_{22}, d_{22})$;

- 2) сравниваем эти экспериментальные данные с расчетными, полученными на этапе 2 по соотношениям

$$\varepsilon_{21} = \frac{d_{21} - d_{21}^*}{d_{21}^*}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{d_{22} - d_{22}^*}{d_{22}^*} \quad (10)$$

и т. д.

По результатам сравнения делаются выводы об отклонении расчетных данных от экспериментальных.

2 Зависимость твердости от нагрузки и деформаций.

1. Выражение для вычисления твердости (2) может быть записано через глубину вдавливания шарика u_0

$$\text{HB} = \frac{Q}{\pi D u_0}, \quad (11)$$

где

$$u_0 = \frac{1}{2} \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right) \quad (12)$$

$$\text{или } d = 2 \left(D u_0 - u_0^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

2. Выражение (2) для вычисления твердости, с учетом (3), имеет вид:

$$\text{HB} = \frac{2Q}{\pi D^2 \left(1 - \sqrt{1 - (d/D)^2} \right)}, \quad (13)$$

подставляя сюда выражение для Q из диаграммы вдавливания (1), имеем:

$$\text{HB} = \frac{2cd^n}{\pi D^2 \left(1 - \sqrt{1 - (d/D)^2} \right)}. \quad (14)$$

3. Из выражения (1) имеем

$$d = \left(\frac{Q}{c} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (15)$$

Подставляя это выражение в (13), имеем зависимость твердости от силы на шарик

$$\text{HB} = \frac{2Q}{\pi D \left(D - \sqrt{D^2 - (Q/c)^{\frac{2}{n}}} \right)}. \quad (16)$$

Графики этой функции представлены на рисунках 2 и 3.

3 Реализация методики

1. В качестве экспериментальных данных примем результаты, изложенные в книге [1] для различных материалов. Для примера, подробно излагаем обработку результатов для стали 45.

Этап 1. Определение параметров обобщенной диаграммы:

1) исходные данные, полученные при испытаниях стали 45 в разных условиях, представлены в таблице 1 и на рисунке 1.

Таблица 1 – Результаты испытаний и расчетов

№	D , мм	Q , кГ	d^* , мм	НВ, кГ/мм ²	n	c	d_p , мм	ε , %
Сталь 45								
1	5	750	2,20	187,26	2,225	1,035	2,2007	0,03
2		1250	2,75	193,1			2,855	3,83
3	10	750	2,36	169,1	2,225	1,035	$d_p = d_3$	0
4		1000	2,69	172,7				
5	20	3000	4,40	187,2	2,225	1,035	2,88	4,3
6		1000	3,01	139,7				
7		2000	3,95	161,6				
8		3000	4,76	166,16				
Сталь 30ХГСА								
1	5	750	1,65	341,05	2,239	1,071	1,56	5,45
2		1250	2,05	362,1			1,96	4,6
3	10	750	1,68	335,9	2,239	1,071	$d_p = d_3$	0
4		1000	1,93	341,8				
5	20	3000	3,12	382,6	2,239	1,071	2,056	2,09
6		1000	2,10	287,9				
7		2000	2,85	311,9				
8		3000	3,40	328,0				

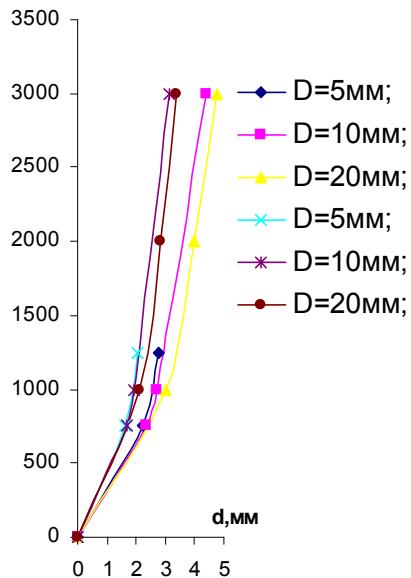
2) в качестве базового варианта берем результаты испытаний шариком при $D_1 = 10$ мм;

В качестве базовой твердости при $D_1 = 10$ мм примем $HB_1 = 180$ кГ/мм², получаемую при $Q = 2000$ кГ, рисунок 2;

3) для определения параметров по таблице 1 и рис. 1 две аппроксимирующие точки $Q_{11} = 750$ кГ; $d_{11} = 2,36$ мм; $Q_{12} = 3000$ кГ; $d_{12} = 4,4$ мм; показатель степени n аппроксимирующей зависимости определяем по формуле (5)

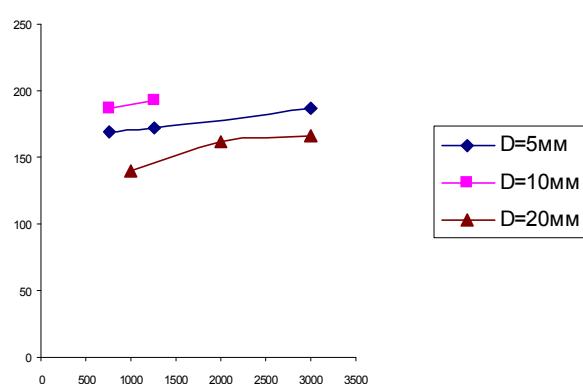
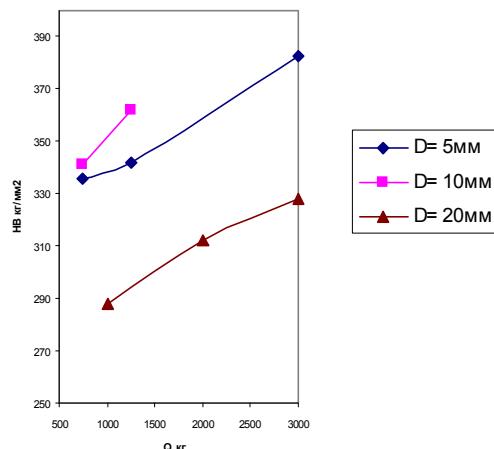
$$n = \frac{\lg Q_{11} / Q_{12}}{\lg d_{11} / d_{12}} = \frac{\lg(750 / 3000)}{\lg(2,36 / 4,4)} = 2,225;$$

Q, кГ

**Рис. 1.** Зависимость диаметра площадки контакта от нагрузки диаметра шарика

параметр c определяется по формуле (6)

$$c = \frac{Q_{11}}{D_1^2 HB_1} \left(\frac{D_1}{d_{11}} \right)^n = \frac{750}{10^2 \cdot 180} \left(\frac{10}{2,36} \right)^{2,225} = 1,035.$$

**Рис. 2.** Влияние нагрузки диаметра шарика на расчетную твердость стали 45**Рис. 3.** Влияние нагрузки диаметра шарика на замеренную твердость стали 30ХГСА

Этап 2. Расчетное определение диаметра отпечатка при вдавливании шариков другого диаметра:

- 1) выбираем в качестве новых условий шарик $D_2 = 5$ мм и нагрузку $Q_{21} = 750$ кГ;
- 2) диаметр отпечатка в этих условиях определяется по формуле (8)

$$d_{21} = \left(\frac{Q_{21}}{D_2^2 HB_1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{D_2}{c^{1/n}} = 0,1667^{\frac{1}{2,225}},$$

$$\frac{5}{1,035^{1/2,225}} = 2,2007$$

безразмерный комплекс

$$\frac{Q_{21}}{D_2^2 HB_1} = \frac{750}{5^2 \cdot 180} = 0,1667, d_{21} = 2,2007.$$

Этап 3. Из эксперимента по таблице 1 имеем $d_{21}=2,2$; таким образом, отклонение расчета от

$$\text{эксперимента } \varepsilon = \frac{2,2007 - 2,2}{2,2} = 0,03\% \text{ пренеб}$$

режимо мало.

2. Аналогичным образом определяем расчетные значения диаметра отпечатка при вдавливании шарика $D_2 = 20$ мм. Результаты приведены в таблице 1. Максимальное расхождение расчетного и экспериментального значения 4,3 %, минимальное – 0,4 %.

Методика позволяет определить размер отпечатка для данного материала при вдавливании шарика любого диаметра и при любой нагрузке.

Например, определим диаметр отпечатка при вдавливании шара диаметром $D = 100$ мм при нагрузке $Q = 10000$ кГ. По формуле (8) имеем

$$d = \left(\frac{10000}{10000 \cdot 180} \right)^{1/2,225} \frac{100}{1,035^{1/2,225}} = 9,54 \text{ мм.}$$

4 Расчет режимов поверхностно-пластической обработки накаткой

4.1 Накатка шариком

1. Ставится задача определить величину силы Q при накатке вращающегося цилиндра шаром на заданную глубину u_0 .

Решение задачи выполняется в два этапа:

1) на первом этапе твердый закаленный шарик вдавливается в материал, который будет подвергаться накатке. Снимается диаграмма вдавливания и определяются ее параметры c и n ;

2) на втором этапе определяется величина нагрузки:

$$Q = R_*^2 H B c (u_0 / R_*)^n, \quad (17)$$

при этом приведенный радиус определяется по

формуле приведенного радиуса [4]:

$$\frac{1}{R_*} = \left[\frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]^{1/2}, \quad (18)$$

а величина твердости НВ определяется при нагрузке, определяемой по стандарту.

2 Пример. Определить силу Q , необходимую для накатки шариком диаметром 5 мм поверхности вала диаметром 39 мм из стали 35 с вдавливанием шара на глубину $u_0 = 0,05$ мм при $c = 7,465$, $n = 1,13$ при заданной твердости.

Расчет:

1) определение приведенного радиуса сопряжения по (18)

$$\frac{1}{R_*} = \left[\frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{2,5} \left(\frac{1}{2,5} + \frac{1}{15} \right) \right]^{1/2};$$

$$R_* = 2,31 \text{ мм};$$

2) при твердости НВ = 200 кГ/мм² по формуле (17) вычисляем необходимую нагрузку на давливания на шарик:

$$Q = 2,31^2 \cdot 200 \cdot 7,465 \left(\frac{0,05}{2,31} \right)^{1,13} = 104,8 \text{ кГ};$$

3) максимальное давление, которое возникает при накатке, определяется по формуле [4]:

$$\sigma_0 = \frac{c H B n}{2\pi} \left(\frac{u_0}{R_*} \right)^{n-1}, \quad (19)$$

$$\sigma_0 = \frac{7,465 \cdot 200 \cdot 1,13}{2\pi (2,31)^{0,13}} 0,05^{0,13} = 163,03 \text{ кГ/мм}^2.$$

4.2 Накатка торообразным роликом

1. Ставится задача определить силу Q при накатке вращающегося цилиндра тороным роликом при следующих исходных данных:

1) диаметр цилиндра 30 мм; 2) материал – сталь 35; 3) малый радиус тора $R_{11} = 5$ мм; больший радиус тора $R_{12} = 25$ мм; 4) параметры обобщенной диаграммы вдавливания $c = 7,465$, $n = 1,13$; 5) глубина вдавливания $u_0 = 0,05$ мм.

Расчет:

1) определяется приведенный радиус сопряжения по общей зависимости:

$$\frac{1}{R_*} = \left[\left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{21}} \right) \left(\frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} \right) \right]^{1/2};$$

$$\frac{1}{R_*} = \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{\infty} \right) \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{15} \right) \right]^{1/2}; R_* = 6,85 \text{ мм};$$

2) нагрузка, необходимая для накатки, определяется по обобщенной формуле:

$$Q = 6,85^2 \cdot 200 \cdot 7,465(0,05 / 6,85)^{1,13} = 269,7 \text{ кГ};$$

3) так как при взятых размерах получилась большая сила, меняем размеры ролика: $R_{11} = 2,5 \text{ мм}$; $R_{12} = 20 \text{ мм}$.

В этом случае приведенный радиус:

$$\frac{1}{R_*} = \left[\frac{1}{2,5} \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{15} \right) \right]^{1/2} = R_* = 4,63 \text{ мм}, \text{ тогда нагрузка}$$

$$Q = 4,63^2 \cdot 200 \cdot 7,465(0,05 / 4,63)^{1,13} = 191,8 \text{ кГ};$$

4) максимальное контактное давление при этой нагрузке получаем по (19):

$$\sigma_0 = \frac{7,465 \cdot 200 \cdot 1,13}{2p(4,63)^{0,13}} (0,05)^{0,13} = 149,1 \text{ кГ/мм}^2.$$

5 Обсуждение результатов и выводы

1. Предложенная критериальная зависимость

$\frac{Q}{D^2HB} = c \left(\frac{d}{D} \right)^n$ устанавливает связь между нагрузкой Q , диаметром шарика D и диаметром площадки отпечатка d при пластическом вдавливании жесткого шарика в пластическую плоскость при любых значениях Q и D .

Величины c и n являются параметрами критериальной зависимости.

Величина HB – величина твердости, определяемая в стандартных условиях, носит характер обезразмеривающей величины в критериальном уравнении.

2. Критериальное уравнение $Q = f(d, D)$ позволяет при заданных любых двух величинах определять третью величину.

Параметры c , n и обезразмеривающая величина HB определяются по одной из множества возможных функций $Q = f(d, D)$ для конкретного материала определяемых экспериментально.

3. Практическое использование предложенного критериального уравнения показало, что определение третьей величины в уравнении по заданным двум производится с точностью, соответствующей точности прямого эксперимента.

Так расчетное определение неизвестного диаметра отпечатка при заданных параметрах c и n выполняется с точностью не более 5 %.

4. Предложенная вместо точечной величины твердости безразмерная функция твердости отражает не только механические свойства поверхности, но и способность материала к упрочнению: чем больше параметр n , тем большая склонность материала к упрочнению.

5. Предложенное критериальное уравнение позволяет рассчитывать режимы процесса вдавливания при поверхностно-пластическом деформировании индентором в форме любого тела двойкой кривизны.

Перечень ссылок

- Дрозд М. С. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации / Дрозд М. С., Матлин М. М, Сидякин Ю. И. – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.
- Кузьменко А. Г. Метод подобия в решении контактных задач для тел двойкой кривизны / Кузьменко А. Г. // Проблемы трибологии. – 2008. – № 2. – С. 25–55.
- Кузьменко А. Г. Твердость и трение: определение механических свойств поверхности по внедрению и сдвигу шара / Кузьменко А. Г. // Проблемы трибологии. – 2008. – № 3. – С. 15–43.
- Кузьменко А. Г. Пластический контакт тел двойкой кривизны – композиция методов: подобия (МП), приведенного радиуса кривизны (МПР); экспериментально-теоретического равновесия (МЭТР) / Кузьменко А. Г. // Проблемы трибологии. – 2009. – № 1. – С. 46–64.

Поступила в редакцию 03.07.2009

A. G. Kuzmenko

GENERAL DIAGRAM OF COMPRESSED BICURVED BODIES AS HARDNESS FUNCTION AND BASIS OF SURFACE-PLASTIC DEFORMATION

На основі теорії подібності та розмірності запропонована узагальнена діаграма стискування тіл двоєкої кривизни, як основа для уявлення твердості не у вигляді точкової механічної характеристики, а у вигляді залежності твердості від навантаження. Узагальнена діаграма являється також основою для розрахунку силових та деформаційних режимів процесів поверхнево-пластичного деформування.

Твердість, індентор, поверхнево-пластичне деформування, зміцнення

There is proposed general diagram of compressed bicurved bodies on the basis of similarity and dimension theory, as the basis for presentation of hardness not as point mechanical characteristics, but as hardness-load ratio. General diagram is also the basis for calculation of power and deformation modes of surface-plastic deformation processes.

Hardness, indenter, surface-plastic deformation, hardening