

УДК 539.3

Канд. техн. наук О. В. Коротунова, канд. техн. наук М. О. Щолокова

Національний технічний університет, м. Запоріжжя

## НЕСТАЦІОНАРНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ КОНСТРУКЦІЇ ЗІ СХІДЧАСТИМ ПОПЕРЕЧНИМ ПЕРЕРІЗОМ

*Досліджується поширення й дифракція пружних хвиль у циліндричних, скріплених торцями шарах з різними механічними властивостями. Двовимірна динамічна задача розв'язується чисельно з використанням методу просторових характеристик. Результати розрахунків аналізуються з метою виявлення областей найбільшої концентрації напруг.*

**Елементи конструкцій, складна взаємодія, поверхня контакту, пошкодження, розшарування, метод просторових характеристик, вісесиметрична задача, імпульсне навантаження, розподіл напруг**

Забезпечення безпеки експлуатації конструкцій є однією з найважливіших задач техніки. Розвиток нових технологій з використанням складених конструкцій дозволяє підвищити механічну міцність виробів, а також виготовляти конструкції з наперед заданими властивостями, змінюючи взаємне розташування шарів з різнорідних матеріалів, їхні геометричні розміри й механічні властивості. Все це стимулює розробку нових ефективних методів розрахунку для проектування й контролю якості деталей і вузлів різних машин і механізмів.

Широке застосування в якості конструктивних елементів трубопроводів, підводних апаратів, хімічного обладнання й т.п. знаходять складені циліндричні оболонкові конструкції різної конфігурації. У процесі експлуатації циліндричні ділянки конструкцій зношуються й потребують заміни. Так, наприклад, при ремонті печей піролізу практикується вирізати дефектні ділянки змійовиків і замінити їх ремонтними котушками. При цьому різниця в діаметрі нової труби й труби, яка витончилася в процесі експлуатації, може досягати 5 мм.

Проблемам розробки ефективних методів розрахунку кусково-однорідних тіл присвячено багато робіт, що демонструють різні підходи. Особливий інтерес становить дослідження перехідних процесів деформування пружних деталей кусково-однорідного перерізу. Це пов'язане з тим, що при розгляді хвильових процесів у таких тілах істотно ускладнюється розподіл напружено-деформованого стану за рахунок відбиття пружних хвиль від вільних границь тіла й внутрішніх границь розподілу областей з різними механічними властивостями, оскільки при цьому змінюється напрямок загального потоку енергії. Це спричиняє появу локальних концентрацій напруг в околі зовнішніх і внутрішніх границь області, які за-

лежать від геометричних і механічних параметрів, що визначають характер неоднорідності. З експериментальних досліджень поведінки приграничних областей неоднорідних середовищ при нестационарних навантаженнях відомо, що в околі внутрішніх границь розподілу шарів виникають осциляції локальних напруг і деформацій, амплітуда яких може істотно перевищувати їхні середні значення в об'ємі матеріалу, причому амплітуда різко зростає при наявності дефектів. У цьому випадку дефект стає нестійким і може розвиватися до таких розмірів, що конструкція руйнується. Факт розвитку дефекту на поверхні розподілу середовищ залежить також від того, прикладається навантаження раптово, стрибком, або ж зростає поступово, тобто від форми й часу дії навантаження.

Деталі, що сприймають контактні навантаження, як правило, є одними з найбільш відповідальних і від їхньої міцності залежить працездатність і надійність усього механізму в цілому. Тому що наявність локальних концентрацій напруг може бути причиною руйнування деталі конструкції, то якісне й кількісне визначення міри концентрації є важливим і актуальним питанням.

У роботі [1] досліджено напружено-деформований стан зварених сполучень тонкостінних оболонок. У той же час, ще в [2] відзначалося, що поздовжні деформації, знайдені за допомогою одномірної теорії, не збігаються з експериментальними даними. Це вимагає вдосконалення методів розрахунку й застосування як визначальної системи загальних рівнянь теорії пружності.

Як розрахункова модель, розглядається конструкція, що складається з кусково-однорідних лінійно пружних ізотропних циліндрів, що мають різні зовнішні діаметри й товщину стінки (рис. 1).

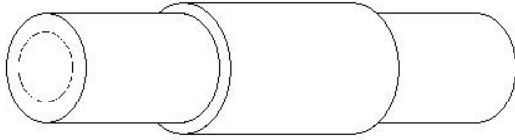


Рис. 1. Складена циліндрична конструкція

Механічні властивості матеріалів характеризуються щільністю  $\rho_i$ , модулем пружності  $E_i$ , коефіцієнтом Пуассона  $\nu_i$  ( $i=1; 2$ ). Індекс  $i$  відповідає циліндрам меншого й більшого радіусів відповідно. У місці з'єднання циліндрів задана умова спільності деформацій. Торцевий перетин конструкції перебуває під дією нестационарного високошвидкісного навантаження. Механічний вплив на конструкцію моделюється завданням переміщень (швидкостей) часток на її торці ( $x=0$ ). Розглядається проходження хвилі навантаження з боку циліндра з меншим радіусом і з боку циліндра з більшим радіусом (рис. 2).

У безрозмірних величинах рух пружних циліндричних шарів описується системою рівнянь, що має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_i}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial r}(p_i + q_i) + \frac{\partial \tau_i}{\partial x} + \frac{1}{r}(p_i + q_i - \sigma_i); \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x}(p_i - q_i) + \frac{\partial \tau_i}{\partial r} + \frac{\tau_i}{r}; \\ \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 - 1} \cdot \frac{\partial p_i}{\partial t} &= \frac{\partial w_i}{\partial r} + \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\gamma_i^2 - 2}{\gamma_i^2 - 1} \cdot \frac{w_i}{r}; \\ \gamma_i^2 \frac{\partial q_i}{\partial t} &= \frac{\partial w_i}{\partial r} - \frac{\partial u_i}{\partial x}; \\ \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 - 2} \cdot \frac{\partial \sigma_i}{\partial t} &= \frac{\partial w_i}{\partial r} + \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 - 2} \cdot \frac{w_i}{r}; \\ \gamma_i^2 \frac{\partial \tau_i}{\partial t} &= \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial w_i}{\partial x}; \quad u_i = \frac{\partial u_{ix}}{\partial t}; \quad w_i = \frac{\partial u_{ir}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $u_i$ ,  $w_i$  – осьова і радіальна компоненти вектора швидкості, відповідно,  $p_i + q_i$ ,  $p_i - q_i$ ,  $\tau_i$ ,  $\sigma_i$  – складові тензора напруженого стану.

Безрозмірні й розмірні координати й функції зв'язані співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_i &= \frac{r_i}{R_2}; \quad \tilde{x}_i = \frac{x_i}{R_2}; \quad \tilde{t}_i = \frac{a_i t_i}{R_2}; \quad \tilde{l}_i = \frac{l_i}{R_2}; \\ p_i &= \frac{\sigma_{ir} + \sigma_{ix}}{2\rho_i a_i^2}; \quad q_i = \frac{\sigma_{ir} - \sigma_{ix}}{2\rho_i a_i^2}; \\ \tilde{\tau}_i &= \frac{\tau_{ix}}{\rho_i a_i^2}; \quad \tilde{\sigma}_i = \frac{\sigma_{i\theta}}{\rho_i a_i^2}; \quad \tilde{u}_i = \frac{1}{a_i} \frac{\partial u_{ix}}{\partial t}; \\ \tilde{w}_i &= \frac{1}{a_i} \frac{\partial u_{ir}}{\partial t}; \\ a_i &= \left( \frac{E_i(1-\nu_i)}{\rho_i(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad b_i = \left( \frac{E_i}{2\rho_i(1+\nu_i)} \right)^{\frac{1}{2}}; \\ \gamma_i &= \frac{a_i}{b_i} > 1. \end{aligned}$$

Система (1) залежить від одного матеріального параметра  $\gamma_i$ . Верхній знак над безрозмірними величинами тут і надалі для простоти запису опущений.

Задача визначення параметрів напружено-деформованого стану при  $t > 0$  в областях

$$0 \leq x \leq l_1, \quad 0 \leq r \leq r_1; \quad l_1 \leq x \leq l, \quad 0 \leq r \leq 1 \quad \text{або}$$

$$0 \leq x \leq l_2, \quad 0 \leq r \leq 1; \quad l_2 \leq x \leq l, \quad 0 \leq r \leq r_1, \quad \text{де}$$

$$r_1 = \frac{R_1}{R_2}, \quad l = l_1 + l_2 \quad \text{зводиться до інтегрування}$$

системи (1) при нульових початкових і наступних граничних умовах:

на навантаженому торці:  $u_1 = u_0(t)$ ,  $w_1 = 0$  при  $x=0$ ;  $0 \leq r \leq r_1$  або  $u_2 = u_0(t)$ ,  $w_2 = 0$  при  $x=0$ ;  $0 \leq r \leq 1$  (рис. 2);

на другому торці:  $p_2 - q_2 = 0$ ,  $\tau_2 = 0$  при  $x=l$ ;  $0 \leq r \leq 1$  або  $p_1 - q_1 = 0$ ,  $\tau_1 = 0$  при  $x=l$ ;  $0 \leq r \leq r_1$ ;

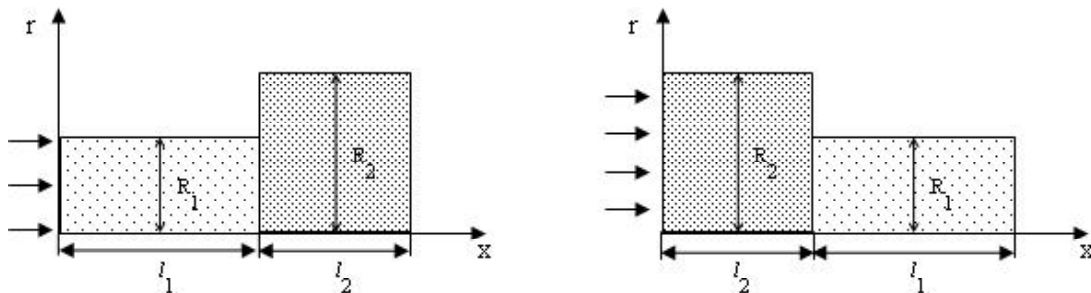


Рис. 2. Осьовий переріз конструкції

на бічних поверхнях напруги відсутні:

$$p_1 + q_1 = 0, \quad \tau_1 = 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq x \leq l_1 \quad \text{або} \\ l_2 \leq x \leq l, \quad r = 0; r_1;$$

$$p_2 + q_2 = 0, \quad \tau_2 = 0 \quad \text{при} \quad l_1 \leq x \leq l \quad \text{або} \\ 0 \leq x \leq l_2, \quad r = 0; 1.$$

У зонах сполучення складових конструкції задається умова спільності деформування:

$$p_1 + q_1 = \frac{\rho_2 a_2^2}{\rho_1 a_1^2} (p_2 + q_2); \quad \tau_1 = \frac{\rho_2 a_2^2}{\rho_1 a_1^2} \tau_2;$$

$$u_1 = \frac{a_2}{a_1} u_2; \quad w_1 = \frac{a_2}{a_1} w_2 \quad \text{при} \quad x = l_1; l_2;$$

$$0 \leq r \leq r_1.$$

Задача вирішується чисельно з використанням просторових характеристик вихідної системи рівнянь. Переваги такого методу описані в роботі [3]. В [4, 5] були побудовані розрахункові характеристичні схеми у внутрішніх, граничних і кутових точках. Особливість обчислювальної

схеми для кусково-однорідних ізотропних тіл полягає в розрахунку точок контакту складових. Згідно зі звичайно застосовуваною схемою розрахунку точок контакту шарів обчислювальний шаблон представляється у вигляді двох схем граничних точок, розташованих по різні сторони від границі й з'єднаних умовами контакту. При стикуванні сіток на границях розподілу складових конструкції з відмінними фізико-механічними властивостями виникає розбіжність вузлів сіток з різних боків границі й тому в даній роботі застосовувалася процедура інтерполяції між вузлами сітки.

Розрахунки проводилися для наступних значень вихідних даних:

$$h = \Delta x_i = \Delta r_i = 0,02; \quad k_1 = \Delta t_1 = 0,01;$$

$$k_2 = \Delta t_2 = \frac{a_2}{a_1} k_1 = 0,5 \cdot k_1 = 0,005; \quad \gamma_1 = 1,87; \quad \gamma_2 = 2;$$

$$\rho_1 a_1^2 = \rho_2 a_2^2; \quad u_0(t) = t_1 e^{-t_1}; \quad r_1 = 0,9; \quad l_1 = l_2 = 1.$$

Для досліджуваної системи отримано розподіли радіальних і дотичних напружень в околі зони контакту шарів по довжині конструкції у

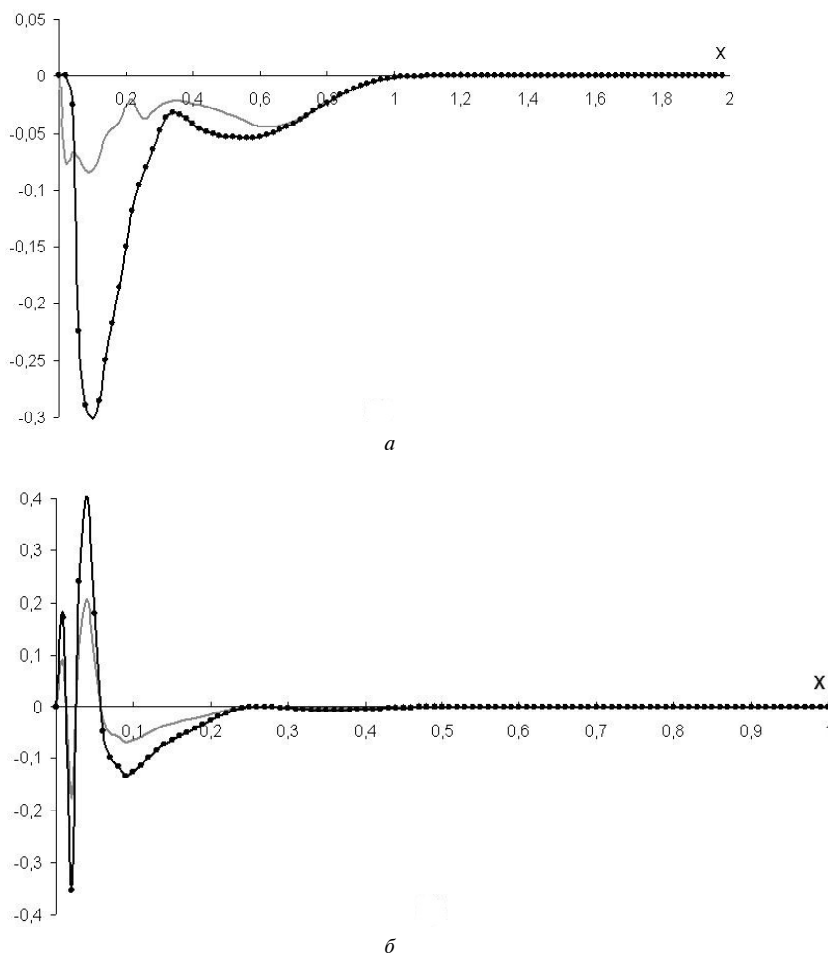


Рис. 3. Розподіл радіального (а) та дотичного (б) напружень по довжині конструкції

різні фіксовані моменти часу. На рис. 3 наведено напруження для фіксованого моменту часу  $t = 1$  при проходженні фронту хвилі для двох можливих випадків. Напруження, що виникають, коли фронт хвилі проходить з боку більшого за радіусом циліндру, зображено на графіках маркірованою кривою. Графіки напружень, що відповідають фронту хвилі з боку циліндру меншого радіуса зображено світлішим кольором. Побудовані також графіки зміни напружень в залежності від часу для деяких точок в околі границі сполучення шарів (рис. 4).

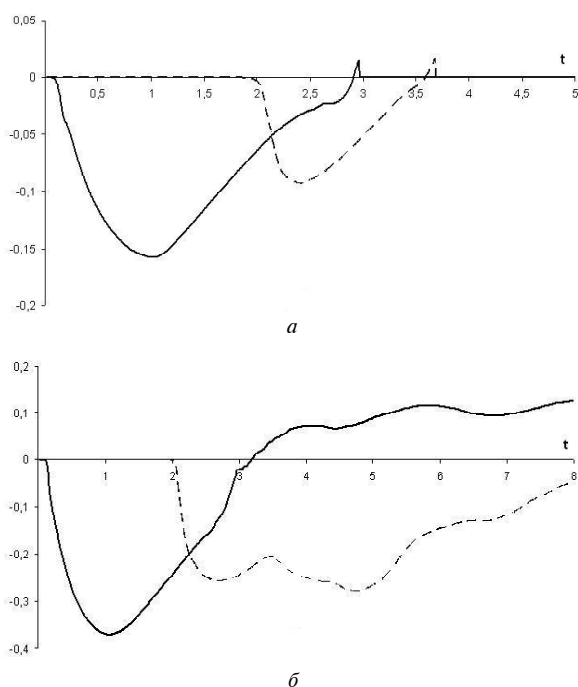


Рис. 4. Зміна радіального (а) та дотичного (б) напруження за часом

Розподіл напруг по довжині конструкції в різні моменти часу свідчить, що ділянки поблизу границі сполучення елементів конструкції з різними радіусами є концентраторами напруг. Ці зони є найбільш небезпечними з погляду руйнування. Розрахунки показали, що в результаті дифракції хвилі навантаження в області контакту складових досліджуваних величини зазнають стрибок.

Проходження фронту хвилі навантаження через ділянку сполучення з боку елемента конструкції більшого радіуса викликає більший перепад значень напруг, ніж з боку циліндра меншого радіуса. При цьому напруги, що розтягують, в порівнянні з максимальними дотичними напругами мають менші значення.

Обчислювальні експерименти дозволяють прогнозувати досягнення критичних напружень. Це дає можливість за допомогою варіювання геометричних розмірів та механічних властивостей складових конструкції мінімізувати локальні концентрації напруг, що виникають в точках сполучення елементів.

В подальшому планується дослідити розглянуту розрахункову модель за умови змінних умов контакту шарів, тобто моделювати процеси розшарування та руйнування конструкції при різноманітних видах навантаження.

#### Перелік посилань

1. Чиркова А. Г. Определение напряженно-деформированного состояния сварных соединений / Чиркова А. Г., Кинев С. А., Симарчук А. С. // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2003. — Т. 9. — № 2. — С. 250–255.
2. Ziv M. Two-spatial dimensional elastic wave propagation by the theory of characteristics / Ziv M. // International Journal of Solids and Structures. — 1969. — N 5. — P. 1135–1151.
3. Булычев Г. Г. Исследование нестационарных процессов в цилиндрических оболочках при ударных нагрузках / Булычев Г. Г., Пшеничных С. Г. // Механика твердого тела. — 1995. — № 3. — С. 188–196.
4. Коротунова Е. В. Применение метода характеристик для численного решения динамических задач теории упругости / Коротунова Е. В., Мастиновский Ю. В. // Системні технології. — 2001. — № 2 (13). — С. 68–71.
5. Коротунова Е. В. Динамическое взаимодействие упругих составных цилиндров при ограниченной плотности их соединения / Коротунова Е. В., Мастиновский Ю. В. // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Межд. сб. науч. тр. ДонГТУ. — 2001. — Вып. 16. — С. 266–270.

Поступила в редакцию 20.10.2009

**Ye. V. Korotunova, M. A. Shcholokova**

**VARIABLE LOAD OF CYLINDRICAL STRUCTURE WITH STEPPED  
CROSS SECTION**

*Исследуется распространение и дифракция упругих волн в цилиндрических, скрепленных торцами, слоях с различными механическими свойствами. Двумерная динамическая задача решается численно с использованием метода пространственных характеристик. Результаты расчетов анализируются с целью выявления областей наибольшей концентрации напряжений.*

***Элементы конструкций, сложное взаимодействие, поверхность контакта, повреждение, расслоение, метод пространственных характеристик, осесимметричная задача, импульсная нагрузка, распределение напряжений***

*There is investigated elastic waves propagation and diffraction in cylindrical layers, fastened by end faces, with different mechanical properties. Method of spatial characteristics is proposed for numerical solution of two-dimensional dynamic problem. Results of calculations are analyzed to determine areas with critical concentration of stresses.*

***Structural elements, complex interaction, contact surface, failure, stratification, method of spatial characteristics, axially symmetric problem, impulse load, stress distribution***