

УДК.629.7.036.34

Д.П. Давыдов, А.И. Ермаков

*Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева
(национальный исследовательский университет), Россия*

РАСЧЕТ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ КОЛЕС ВРД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЛНОВЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для исследований резонансных частот вращения рабочих колес турбомашин с применением волновых конечных элементов разработан высокоэффективный алгоритм, не требующий построения резонансной диаграммы колеса. Алгоритм основан на введении интерполирующих функций в частотной области для механических характеристик материалов и статических напряжений от действия поля центробежных сил и неравномерного нагрева, в сечениях конструкции. Разработанный алгоритм реализован в виде вычислительной программы на языке программирования Фортран. Проведены сравнительные расчетные исследования резонансных частот колебаний рабочего колеса.

Ключевые слова: рабочее колесо, частота вращения, возбуждающая гармоника, напряжение, модуль упругости, матрица волновых динамических жесткостей, резонансная диаграмма.

Проблема обеспечения вибрационной прочности рабочих колес, которые являются наиболее напряженными элементами конструкций турбомашин, широко освещена в литературе. Вместе с тем она не теряет своей остроты. Так как до 60% лопаток газотурбинных двигателей имеют усталостный характер и связаны с действием переменных напряжений при вибрациях. Развитие общих теоретических представлений об основных закономерностях, свойственных спектрам рабочих колес, имеет существенное практическое значение. Использование таких представлений позволяет в каждом конкретном случае облегчить выбор и проведение необходимых расчетных оценок, способствует более четкой постановке экспериментов, содействует лучшему предвидению и толкованию их результатов. Это особенно важно для этапа вибрационной доводки турбомашин, когда возникает острая необходимость оперативной постановки, проведения и осмысливания результатов трудоемких и дорогостоящих экспериментальных исследований непосредственно в рабочих условиях.

Одним из наиболее эффективных путей обеспечения динамической прочности рабочих колес является их проектирование с заданными динамическими свойствами. Оно позволяет без материальных затрат, связанных с коррекцией выполненных в металле конструкций, добиться того, чтобы резонансы с наиболее опасными гармониками были невозможны, а с остальными — происходили на заданных проходных режимах работы двигателя. Такое проектирование может быть выполнено только с применением достаточно

точных и эффективных по быстродействию методик расчета колебаний рабочих колес.

Введение Ивановым В.П. понятий волновых динамических жесткостей (ВДЖ) позволило ему образовать метод волновых динамических жесткостей и податливостей для расчета колебаний поворотно-симметричных систем [1], который является развитием, а также, в определенном смысле, обобщением обычного метода динамических жесткостей и податливостей. Суть метода заключается в том, что динамические характеристики любого кольцевого участка на границах с соседними участками всегда можно задать в виде фундаментальных матриц ВДЖ. Которые устанавливают связь для каждого кольцевого участка между комплексными амплитудами волны компонентов усилий и комплексными амплитудами волн перемещений.

Алгоритмы метода ВДЖ практически совпадают с алгоритмами обычного метода динамических жесткостей. Однако необходимо иметь в виду самосопряженность матриц ВДЖ, а также комплексность амплитуд.

Применение рассматриваемого метода позволило выработать обобщенный подход к решению задач о колебаниях сложных поворотно-симметричных систем, в частности элементов роторов турбомашин. Важным этапом решения задач на основе рассматриваемого метода является определение динамических характеристик отдельных кольцевых участков, на которые расчленяется система. У роторов турбомашин основные поворотно-симметричные участки следующие: лопаточная часть в виде кольцевого набора не

связанных между собой стержней; пояс связей между лопатками; обод (бурт, ступица); диск; осесимметричная оболочка.

С помощью рассматриваемого метода ВДЖ и общих теоретических представлений об основных закономерностях спектров рабочих колес авторами разработана гамма специализированных волновых конечных элементов [2, 3, 4], позволяющих исследовать динамические характеристики рабочих колес газотурбинных двигателей.

Лопаточный волновой конечный элемент построен как кольцевой дискретный поворотно-симметричный набор изолированных друг от друга однотипных участков лопаток. Которые представляют закрученные стержни переменного поперечного сечения, обладающие изгибно-крутильной связностью деформаций в соответствии с моделью, предложенной Б.Ф. Шорром.

Дисковый волновой конечный элемент является неравномерно нагретой кольцевой пластиной переменной толщины, уравнения которой получены в рамках гипотез модели Тимошенко.

Оболочечный конечный элемент представляет собой неравномерно нагретую коническую оболочку переменной толщины, уравнения которой учитывают деформации сдвига от поперечных сил.

Для построения системы уравнений элементов применялся метод Галеркина.

Существующие методы исследования динамики рабочих колес позволяют определить резонансные частоты вращения либо путем решения задачи о вынужденных колебаниях под действием интересующей возбуждающей гармоники, либо путем расчета собственных колебаний и построения резонансной диаграммы. Оба способа требуют для достижения достаточной точности многократного вычисления упруго-инерционных характеристик колеса для различных значений частоты вращения ротора ω , и в связи с этим являются малоэффективными.

Так как модуль упругости материала и статические напряжения в сечениях конструкции зависят от ω , то для сокращения объема вычислений при расчете резонансных частот вращения рабочего колеса удобно предварительно определить эти величины для заданного числа n частот $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots \omega_n$, а затем в расчетах использовать интерполяционные многочлены Лагранжа. Тогда статические напряжения $\sigma^{ст}$ и модуль упругости E для любой частоты вращения ω могут быть вычислены по формулам:

$$\sigma^{ст}(\omega) = \sum_{i=0}^n \sigma^{ст}(\omega_i) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{\omega - \omega_{j+1}}{\omega_i - \omega_{j+1}}, \quad (1)$$

$$E(\omega) = \sum_{i=1}^n E(\omega_i) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\omega - \omega_{j+1}}{\omega_i - \omega_{j+1}}. \quad (2)$$

Во многих случаях, особенно когда исследуемые резонансные частоты близки к максимальной частоте ω_{max} , хорошие результаты дает использование квадратичных зависимостей.

Интерполируя в интересующем диапазоне частот (рис. 1) статические напряжения и модуль упругости получаем

$$\sigma^{ст}(\omega) = g_1 \omega^2 + b_1, \quad E(\omega) = g_2 \omega^2 + b_2. \quad (3)$$

Коэффициенты g_1, b_1, g_2, b_2 определяются через значения напряжений и модулей упругости на границах диапазона исследований $[\omega_1, \omega_2]$.

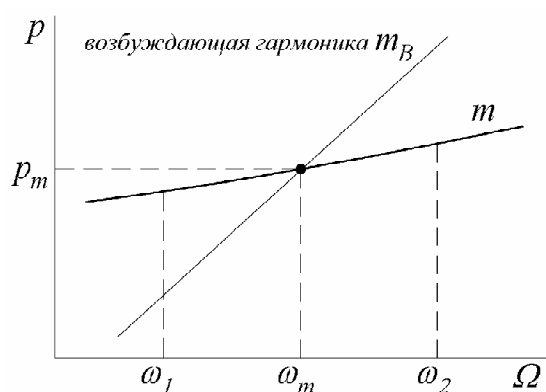


Рис. 1. Фрагмент резонансной диаграммы

С учетом интерполирующих функций (3) матрица волновых динамических жесткостей лопаточного и дискового конечных элементов [2, 3, 4] всегда может быть записана в виде следующей суммы

$$[H] = [K] + \omega^2 [C] - p_m^2 [M], \quad (4)$$

где $[K]$ — матрица статических жесткостей;

$[C]$ — матрица влияния вращения;

$[M]$ — матрица масс.

Хорошо известно [1], что резонанс (рис. 1) по форме с m волнами деформаций происходит на частоте колебаний p , равной собственной p_m и связанной с частотой вращения ротора соотношением:

$$p = p_m = m\omega_m, \quad (5)$$

где ω_m — резонансная частота вращения.

Подстановка (5) в выражение (4) позволяет записать матрицу волновых динамических жесткостей элемента через резонансную частоту вращения.

$$[H] = [K] - \omega_m^2 (m^2 [M] - [C]) \quad (6)$$

Таким образом, задача о нахождении резонансных частот вращения рабочего колеса сводится к обобщенной проблеме вычислений собственных значений ω_m^2 системы

$$[K]\{q\} = \omega_m^2 (m^2 [M] - [C]) \{q\} \quad (7)$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$\det [K] - \omega_m^2 (m^2 [M] - [C]) = 0 \quad (8)$$

и может быть решено любым из известных методов.

Разработанный алгоритм определения резонансных частот вынужденных колебаний рабочих колес был реализован в виде вычислительной программы на языке программирования Фортран. Для определения собственных значений и векторов выражения (7) использовались процедуры математической библиотеки IMSL, которые предусматривают: приведение матрицы к трехдиагональному виду посредством преобразований подобия по методу Хаусхолдера; приведение полученной трехдиагональной матрицы к диагональной с нахождением собственных значений, используя QR-разложение; вычисление для каждого собственного значения отвечающего ему собственного вектора.

Достоверность результатов, полученных с помощью разработанного алгоритма, была проверена при сопоставлении с резонансными частотами, определенными из резонансной диаграммы.

Расчетные исследования проводились на модельном рабочем колесе (рис. 2) и реальном колесе компрессора (рис. 3) универсального газогенератора высокой энергетической эффективности, разрабатываемого в рамках сотрудничества с ОАО «Кузнецов» по программе «Развитие кооперации российских вузов и производственных предприятий».

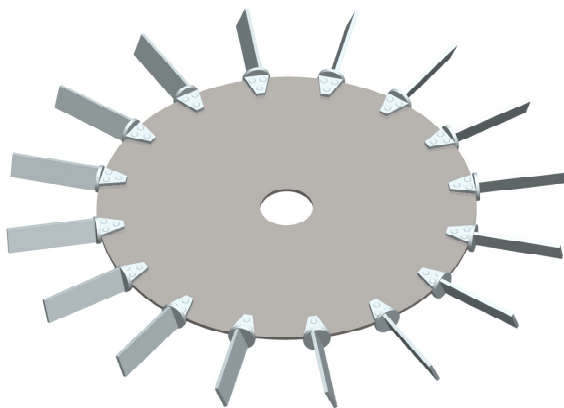


Рис. 2. Модельное рабочее колесо

Для построения резонансных диаграмм рассматриваемых колес определялись их собственные частоты в зависимости от частоты вращения ротора. При этом модельное колесо исследовалось с помощью волновых конечных элементов, а реальное рабочее колесо рассчитывалось в программе конечно-элементного моделирования ANSYS.

При определении резонансных частот по разработанному алгоритму в обоих случаях использовались волновые элементы.

Во всех расчетах использовались граничные условия свободного (незакрепленного) диска.

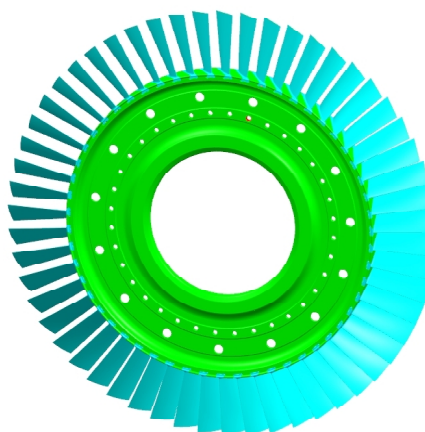


Рис. 3. Реальное рабочее колесо компрессора

На рис. 4 и 5 представлены резонансные диаграммы рассматриваемых колес для форм колебаний с 2, 3 и 4 волнами деформаций в окружном направлении. Крестиками отмечены резонансные частоты, рассчитанные с помощью разработанной программы.

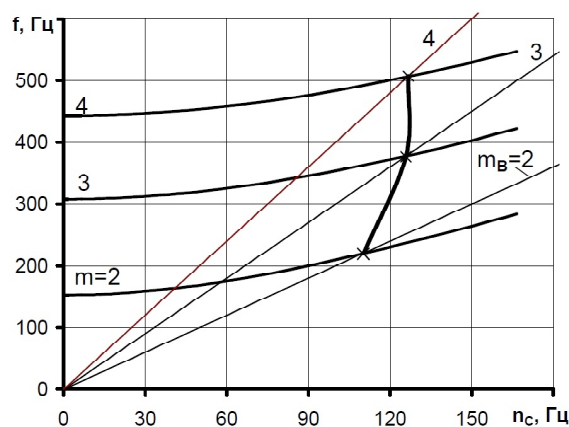


Рис. 4. Резонансная диаграмма модельного колеса

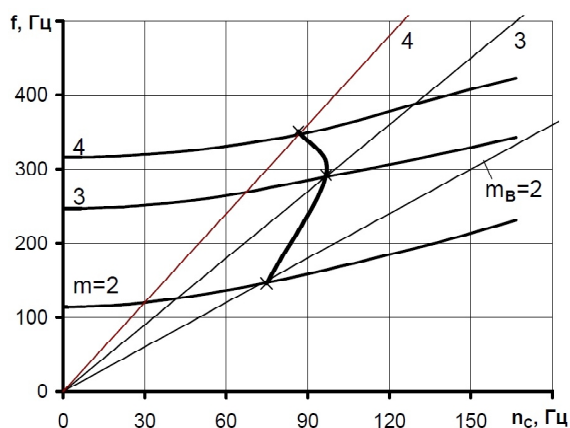


Рис. 5. Резонансная диаграмма реального колеса

Сопоставление результатов расчетных исследований показало хорошую сходимость резонансных частот, определенных различными способами. Расхождение не превышает 0.5%. При этом время, затраченное на построение резонансной диаграммы, несравнимо больше времени расчетов с использованием разработанной программы, что подтверждает высокую производительность предлагаемого алгоритма.

Таким образом, представление матриц волновых динамических жесткостей лопаточного, дис-

кового и оболочечного конечных элементов в форме (4) позволяет значительно уменьшить объем вычислений при нахождении резонансных частот вращения рабочих колес и, как следствие, существенно сократить время и средства, затрачиваемые на обеспечение их надежности на этапах проектирования и доводки.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации (Минобрнауки) на основании Постановления РФ №218 от 09.04.2010.

Литература

1. Иванов В.П. Колебания рабочих колес турбомашин [Текст] / В.П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.
2. Давыдов Д.П. Дисковый волновой конечный элемент [Текст] / Д.П. Давыдов, А.И. Ермаков // Вестник Самарского гос. аэрокосм. ун-та. – 2009. – №3. – С. 34–39.
3. Ермаков А.И. Построение оболочечного волнового конечного элемента [Текст] / А.И. Ермаков // Вестник Самарского гос. аэрокосм. ун-та. – 2000. – №4. – С.72-84.
4. Давыдов Д.П. Разработка лопаточного волнового конечного элемента для исследования динамики рабочих колес турбомашин [Текст] / Д.П. Давыдов // Естественные и технические науки. – 2011. – №2. – С. 34 – 38.

Поступила в редакцию 29.05.2012

Д.П. Давыдов, А.И. Ермаков. Розрахунок резонансних частот коливань робочих коліс ЛРД з використанням хвильових кінцевих елементів

Для досліджень резонансних частот обертання робочих коліс турбомашин із застосуванням хвильових кінцевих елементів розроблений високоефективний алгоритм, що не вимагає побудови резонансної діаграми колеса. Алгоритм заснований на введенні інтерполюючих функцій в частотній області для механічних характеристик матеріалів і статичної напруги від дії поля відцентрових сил і нерівномірного нагріву, в перетинах конструкції. Розроблений алгоритм реалізований у вигляді обчислювальної програми на мові програмування Фортран. Проведені порівняльні розрахункові дослідження резонансних частот коливань робочого колеса.

Ключові слова: робоче колесо, частота обертання, збуджуюча гармоніка, напруга, модуль пружності, матриця хвильових динамічних жорсткостей, резонансна діаграма.

D.P. Davydov, A.I. Ermakov. Calculation of the resonance frequencies of the blade-wheels from air jet engine using wave finite elements

The highly efficient algorithm for finding the resonance frequencies of rotating blade disks from gas turbine engines was developed. The algorithm based on use of interpolation function at the frequency domain for stresses and material properties. The algorithm don't use resonance diagram to find resonance frequencies of blade disks. The developed algorithm is implemented as a computer programming language Fortran. The resonance frequencies of model blade disk were explored.

Key words: Blade disk, rotational frequency, induce harmonic, stress, elasticity modulus, wave dynamic stiffness matrix, resonance diagram.