

УДК 621.45.026.8

А.Л. Михайлов, А.А. Лысенко

ОАО «НПО «Сатурн», Россия, Рыбинск

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ МЕХАНИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ РАСЧЕТЕ НДС

Метод конечных элементов является численным методом, поэтому точность получаемых результатов зависит от типа, размеров и размещения в математической модели конечных элементов. В данной работе представлено соотношение для вычисления статической податливости конструкции, на основе которого создана компьютерная технология оценки точности расчетов, которую позволяет достичь построенная конечно-элементная модель конструкции. Компьютерная технология позволяет определить области конечно-элементной модели (КЭМ), вносящие погрешность в расчет. Описан способ оптимизации конечно-элементной модели механической конструкции при расчете НДС.

Ключевые слова: компьютерная технология оценки качества КЭМ, статическая податливость, конечно-элементная модель, эквивалентные массы, три взаимно-перпендикулярные силы.

Введение

Повышение надежности и сокращение сроков создания ГТД требуют решения ряда сложных научно-технических задач, в том числе, развития численных методов расчетной оценки прочности и долговечности основных деталей, основанных на математическом моделировании их объемного напряженно-деформированного состояния (НДС) методом конечных элементов.

ANSYS является одним из наиболее мощных признанных в мире конечно-элементных вычислительных комплексов, позволяющих на стадии проектирования с достаточной точностью моделировать напряженно-деформированное состояние деталей ГТД. Поскольку метод конечных элементов является численным методом, то точность получаемых результатов зависит от типа, размеров и размещения конечных элементов в математической модели. Поэтому актуальной является задача оценки качества построенной математической модели и оптимизации ее по количеству (Z) конечных элементов.

1 Технология оценки качества КЭМ

В данной работе предлагается компьютерная технология оценки точности расчетов [2], которую позволяет достичь построенная конечно-элементная модель конструкции без дополнительного перестроения конечно-элементной сетки и повторных расчетов конструкции.

Технологию оценки осуществляют следующим образом. В системе геометрического объемного моделирования UNIGRAPHICS создается трехмерная твердотельная виртуальная модель исследуемой конструкции. Данная модель экспортируется в ANSYS, где разбивается на твердотель-

ные конечные элементы SOLID45, после чего накладываются граничные условия, выполняются модальный анализ. Определяют эквивалентные массы конструкции, принимая в качестве узлов возбуждения и узлов наблюдения различные узлы выбранных конечных элементов [1]:

$$M_v = \frac{\rho \int_{(v)} \xi_v^2 dv}{\left\{ \xi_v(X_A, Y_A, Z_A) \cdot \vec{i}_A \right\} \cdot \left\{ \xi_v(X_B, Y_B, Z_B) \cdot \vec{i}_B \right\}},$$

где ρ - плотность материала.

Далее определяют статическую податливость конструкции по формуле

$$R_{0ij} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{M_{ij}^k w_k^2}, \quad (1)$$

где w_k - собственные частоты колебаний конструкции,

k - номер формы колебаний;

M_{ij} - эквивалентная масса конструкции;

i - номер узла возбуждения (узла приложения сосредоточенной силы);

j - номер узла наблюдения (узла, в котором определяется перемещение конструкции под действием сосредоточенной силы).

Затем средствами ANSYS в рассматриваемых узлах модели прикладывают сосредоточенные силы, выполняют статический анализ конструкции, определяют перемещения всех рассматриваемых узлов под действием приложенных сил и определяют статическую податливость конструкции по формуле

$$R_{0ij} = \frac{Y_j}{P_i}, \quad (2)$$

где Y_j - перемещение j -го узла модели под действием сосредоточенной силы P_i , приложенной к i -му узлу.

Сравнением величин R_{0ij} , полученных по формулам (1) и (2), определяют узлы исследуемой конечно-элементной модели, в которых эти величины отличаются значительно. Элементы, содержащие найденные узлы, относят к элементам низкой точности.

При определении элементов низкой точности вычисления НДС предлагаемым методом существенное значение имеет характер нагрузки, при которой определяется статическая податливость конструкции. Например, если в качестве нагрузки рассматривать сосредоточенную силу, приложенную в некотором узле модели, то области элементов низкой точности, определяемые на основе предлагаемого метода, могут существенно зависеть не только от положения узла, в котором приложена сила, но и от направления этой силы. Для получения наиболее точных результатов при использовании данного метода указанную статическую нагрузку следует задавать равномерно распределенной по всей конечно-элементной модели конструкции тела. При такой нагрузке формулы (1) и (2) нельзя использовать для определения статической податливости, поскольку они получены для случая приложения одной сосредоточенной силы.

Рассмотрим случай, когда в каждом узле конечно-элементной модели тела прикладываются три взаимно-перпендикулярные силы, направленные вдоль осей координат OX , OY , OZ и равные по модулю.

Статические податливости тела в точке A в направлениях осей OX , OY , OZ , при статическом анализе, определяются выражениями:

$$R_x = \frac{y_x}{P_0}; \quad R_y = \frac{y_y}{P_0}; \quad R_z = \frac{y_z}{P_0}; \quad (3)$$

При модальном анализе:

$$\begin{aligned} R_x(A) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sigma_k}{w_k^2} \cdot \frac{S_k^x(A)}{S_k}; \\ R_y(A) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sigma_k}{w_k^2} \cdot \frac{S_k^y(A)}{S_k}; \\ R_z(A) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sigma_k}{w_k^2} \cdot \frac{S_k^z(A)}{S_k}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $S_k^x(A)$, $S_k^y(A)$, $S_k^z(A)$ – перемещение точки A в направлении осей OX , OY , OZ при k -ой собственной форме колебаний тела;

$$\sigma_k = \sum_{i=1}^N S_k^x(B_i) + \sum_{i=1}^N S_k^y(B_i) + \sum_{i=1}^N S_k^z(B_i),$$

где $S_k^x(B_i)$, $S_k^y(B_i)$, $S_k^z(B_i)$ - перемещение точки B в направлении осей OX , OY , OZ при k -ой собственной форме колебаний тела.

$$S_k = \rho \int_{(V)} \xi_V^2 \cdot dv,$$

где ρ – плотность материала;

ξ_V - смещение точек тела при его статическом нагружении в точке возбуждения некоторой сосредоточенной силой.

Суммирование значений статических податливостей, вычисленных для каждого из трех направлений возбуждений (вдоль осей OX , OY , OZ) производится по формуле:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}. \quad (5)$$

С помощью формулы (5) суммируются статические податливости, вычисленные как при статическом, так и при модальном анализе.

Суммарные (5) значения статических податливостей, вычисленных по формулам (3) и (4) сравниваются в каждом узле конечно-элементной модели. Элементы, в узлах которых статические податливости вычисленные по формуле (3) значительно отличаются от вычисленных по формуле (4), относят к элементам низкой точности.

2 Апробация методики

Компьютерная технология, основанная на соотношениях (3), (4) и (5), реализована в специальных компьютерных программах (макросах). Данные макросы позволяют определять области конечно-элементной сетки, вызывающие различную погрешность расчетов параметров НДС упругого тела.

В результате работы программы на экране дисплея изображается конечно-элементная модель конструкции, элементы которой раскрашены в разные цвета (максимальное число цветов равно 11). Каждому цвету присвоен свой номер. Номер 1 соответствует элементам самой высокой точности, номер 10 – элементам самой низкой точности. Номер 11 присваивается элементу, у которого имеются закрепленные узлы.

С целью апробации компьютерной технологии оценки качества конечно-элементных моделей был проведен ряд численных экспериментов,

результаты которых представлены в данной работе. Исследовалась применимость компьютерной технологии при расчете НДС механической конструкции и расчете ее вибрационных характеристик.

В качестве примера исследования применимости компьютерной технологии для оценки качества построения конечно-элементной модели при расчете форм и частот собственных колебаний механической конструкции был выбран стальной образец длиной 1,2 м, шириной 0,05 м и толщиной 0,01 м. Средствами ANSYS были созданы конечно-элементные модели рассматриваемого образца №1 (Z = 24 элемента); №2 (Z = 50); №3 (Z = 200); №4 (Z = 400); №5 (Z = 600); №6 (Z = 888). Для построения моделей был выбран восьмиузловой элемент SOLID45. Далее был проведен модальный анализ построенных моделей, определены первые десять форм собственных колебаний и соответствующие им частоты (таблица 1).

Таблица 1
Собственные частоты колебаний моделей образца №1, №3, №6

| Модель № формы | Частота, Гц | | | | |
|----------------------|-------------|-----------|--------------|-----------|--------------|
| | 1 Z = 24 | | 3 Z = 200 | | 6 Z = 888 |
| | | Δ, (%) | | Δ, (%) | |
| f1 | 5,7 | 0 | 5,7 | 0 | 5,7 |
| f2 | 28 | 0 | 28 | 0 | 28 |
| f3 | 36 | 0 | 36 | 0 | 36 |
| f4 | 105 | 6 | 100 | 1 | 100 |
| f5 | 180 | 2 | 176 | 0 | 176 |
| f6 | 217 | 11 | 195 | 0 | 195 |
| f7 | 261 | 6 | 255 | 1,6 | 251 |
| f8 | 387 | 20 | 323 | 0 | 323 |
| f9 | 516 | 7 | 483 | 0 | 483 |
| f10 | 635 | 31 | 488 | 0 | 488 |

Известно что для обеспечения достаточной точности расчета собственных частот колебаний (погрешность в пределах 1%) необходимо иметь сетку с $V_{\text{элемента}} = 0,001 \cdot V_{\text{модели}}$ [1], поэтому в качестве эталонной была выбрана конечно-элементная модель №6, удовлетворяющая данному условию. Результаты расчета собственных частот колебаний каждой из моделей сравнивались с моделью №6, по формуле (6) были вычислены погрешности расчета собственных частот для каждой из моделей.

$$\Delta = \frac{|f_{i\text{модель } 6} - f_{i\text{модель } j}|}{f_{i\text{модель } 6}}, \quad (6)$$

где $f_{i\text{модель } 6}$ - частота собственных колебаний по i-й форме модели №6;

$f_{i\text{модель } j}$ - частота собственных колебаний по i-й форме модели j;

Результаты расчетов собственных частот колебаний образца с помощью КЭМ с различной плотностью сетки показывают, что с ростом собственной частоты колебаний влияние плотности сетки на погрешность расчета увеличивается. В таблице 1 цветом выделены собственные частоты форм колебаний образца, погрешность расчета которых имеет наибольшую зависимость от количества конечных элементов. Влияние количества конечных элементов на точность расчета собственных частот колебаний по формам f6 – f10 очевидно. В зависимости от плотности сетки погрешность расчета собственных частот по f6 – f10 формам достигает значительных величин (до 31%).

С целью снижения погрешности расчета производится сгущение конечно-элементной сетки, при этом уменьшается количество «плохих» элементов в модели. КЭМ образца №3 (z = 200), имеет наименьшее количество «плохих» элементов. Погрешность расчета собственных частот колебаний образца (таблица 1) минимальна при z = 200 элементов и не изменяется с дальнейшим ростом густоты сетки, то есть при количестве элементов z = 200 наступает насыщение конечно-элементной сетки.

На рисунках 1 - 3 показаны конечно-элементные модели №1, №3, №6, на которых разным цветом выделены элементы, соответствующие различным значениям относительной погрешности.

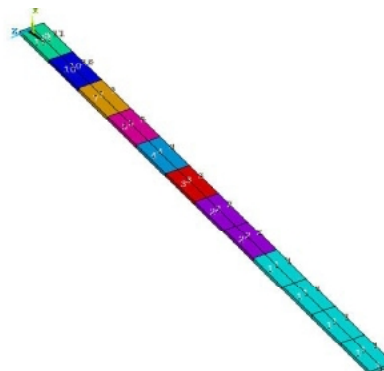


Рис. 1. Конечно-элементная модель №1 (z = 24), с областями различной точности вычисления параметров НДС

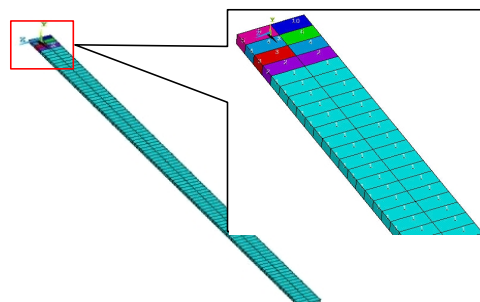


Рис. 2. Конечно-элементная модель №3 (z = 200), с областями различной точности вычисления параметров НДС

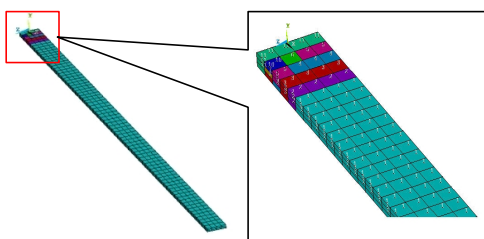


Рис. 3. Конечно-элементная модель №6 ($z = 888$)

Следует заметить, что при расчете частот собственных колебаний механической конструкции плотность конечно-элементной сетки играет менее важную роль, чем при расчете НДС, так как частота собственных колебаний конструкции является ее интегральной характеристикой, в то время как напряжения локализуются в отдельных местах модели.

Для апробации компьютерной технологии оценки качества построения конечно-элементных моделей при расчете НДС механической конструкции, в качестве объекта исследования выбрана лопатка вентилятора двухконтурного турбореактивного двигателя (ДТРД). Средствами ANSYS построены КЭМ исследуемой лопатки (рис. 4), состоящие из различного количества конечных элементов ($Z = 1635...175000$ элементов).

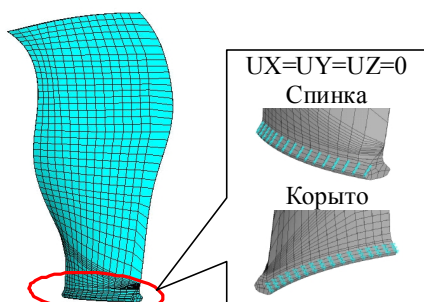


Рис. 4. Конечно-элементная модель лопатки вентилятора ДТРД с граничными условиями

По описанной выше технологии оценки качества построения КЭМ были определены области с элементами, вызывающими наибольшую погрешность расчета НДС лопатки (рис. 5, 6).

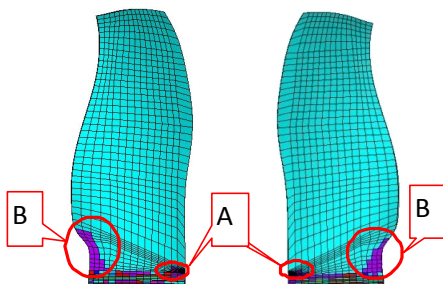


Рис. 5. Лопатка вентилятора ДТРД с областями различной погрешности расчетов НДС

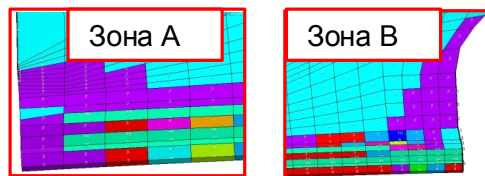


Рис. 6. Области КЭМ лопатки вентилятора ДТРД с различной погрешностью расчетов НДС

Области, содержащие элементы низкой точности, названы условно зона А и зона В. По мере увеличения Z элементов в составе КЭМ зоны А и В уменьшаются, смещаясь в область закрепления. При количестве элементов $Z = 45000$ зоны А и В практически полностью смещаются в область закрепления.

С помощью каждой из построенных КЭМ проведен анализ НДС лопатки вентилятора от действия центробежной силы. Нагрузка от центробежной силы, действующей на лопатку, задана в виде угловой скорости, которая соответствует оборотам ротора низкого давления ДТРД на взлетном режиме.

По результатам расчета НДС лопатки вентилятора с помощью КЭМ, имеющих различную плотность сетки построены зависимости эквивалентных напряжений ($\sigma_{\text{экв}}$, кгс/мм²) от Z элементов (рис. 7, 8). Анализируя зависимости, можно сделать следующие выводы:

- результаты расчетов эквивалентных напряжений в зонах А и В, содержащие элементы низкой точности значительно изменяются при увеличении густоты конечно-элементной сетки;
- влияние Z элементов на результаты расчета максимальных эквивалентных напряжений в лопатке (в области не содержащей элементов низкой точности) незначительно;
- при $Z=45000$ элементов (при полном смещении зон А и В в область закрепления) наступает насыщение конечно-элементной сетки, то есть с дальнейшим увеличением Z элементов результаты расчета $\sigma_{\text{экв}}$ в зонах А и В изменяются незначительно, растет лишь время затрачиваемое на расчет.



Рис. 7. Зависимость максимальных эквивалентных напряжений в зоне А от Z , элементов

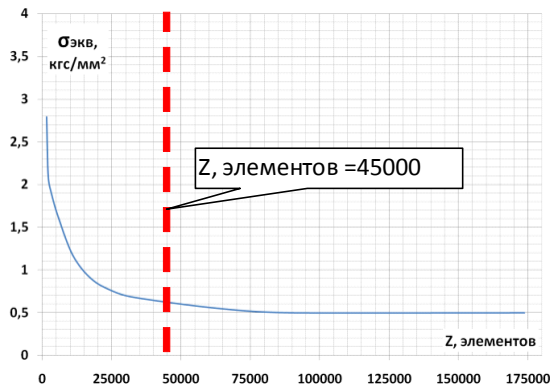


Рис. 8. Зависимость минимальных эквивалентных напряжений в модели лопатки от Z, элементов

Результаты численного эксперимента подтверждают эффективность разработанной компьютерной технологии при определении областей КЭМ, вызывающих различную погрешность расчета.

Уменьшение погрешности расчета за счет равномерного сгущения сетки по всему объему модели лопатки ведет к увеличению машинного времени и необходимости использования мощных ЭВМ, что не всегда является возможным. Предлагается способ повышения точности расчета НДС лопатки, путем оптимизации конечно-элементной модели по количеству конечных элементов только в зонах, вносящих наибольшую погрешность в расчет. Способ реализуется следующим образом:

- с помощью описанной выше компьютерной технологии определяются области лопатки, вносящие наибольшую погрешность в расчет НДС;
- для данных областей строятся субмодели с более густой сеткой чем в исходной модели;
- производится оценка качества конечно-элементной сетки субмодели и если в ней отсутствуют «плохие» элементы, то дальнейший расчет производится с помощью данной субмодели;
- производится интерполяция перемещений узлов целой модели, определяются граничные условия и задаются перемещения для субмодели;
- с помощью построенной субмодели производится анализ НДС.

Реализация способа повышения точности расчета НДС лопатки путем оптимизации математической модели по количеству конечных элементов проиллюстрирована на рисунках 9, 10.

Анализируя результаты расчета НДС лопатки в зоне с наибольшей погрешностью расчета, можно сделать следующие выводы:

- новая компьютерная технология оценки качества КЭМ позволяет определять элементы различной точности как в целой модели, так и в субмодели;

- при расчете НДС субмодели ($Z = 768$ элементов) проверенные с помощью разработанной компьютерной технологии оценки качества КЭМ позволяют получить результат идентичный полученному при использовании модели целой лопатки ($Z = 45000$ элементов) с насыщенной конечно-элементной сеткой.

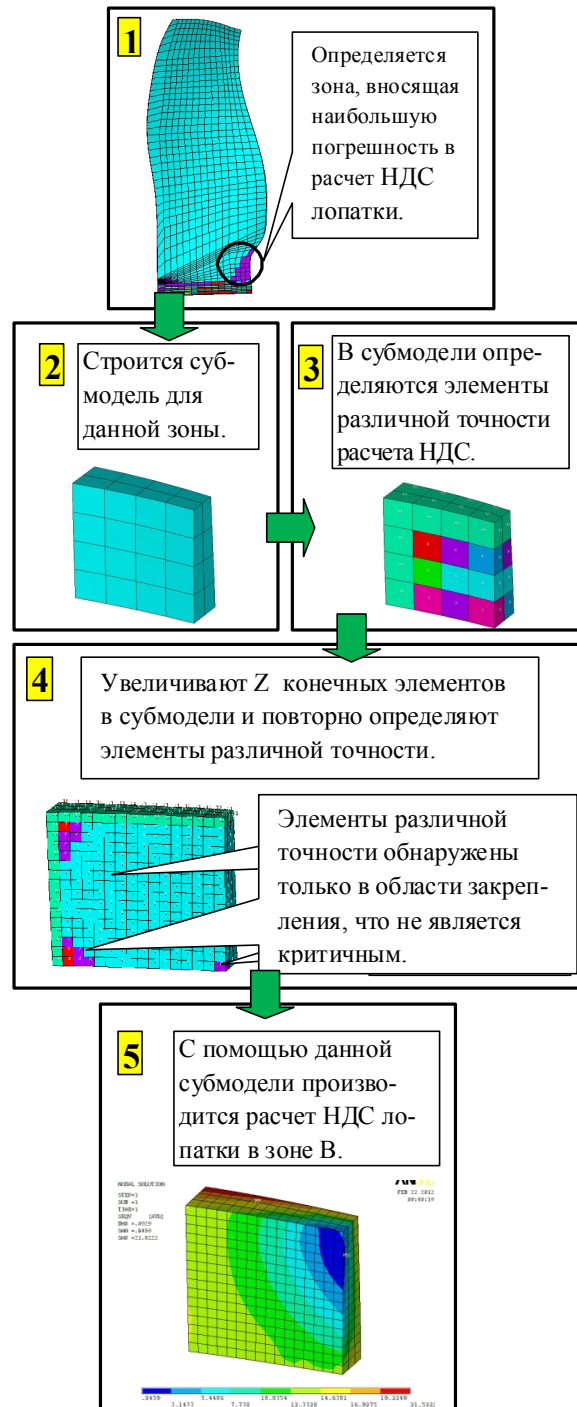


Рис. 9. Оптимизация математической модели лопатки вентилятора ДТРД по количеству конечных элементов

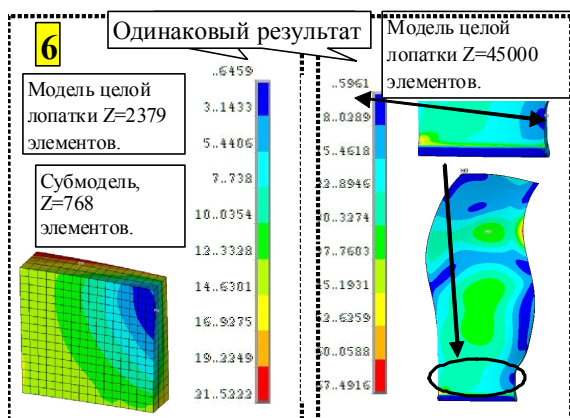


Рис. 10. Результат оптимизации математической модели лопатки вентилятора ДТРД по количеству конечных элементов

Заключение

Результаты, представленные в данной работе подтверждают эффективность разработанной компьютерной технологии при:

- определении областей КЭМ, вызывающих различную погрешность расчета НДС и параметров вибрации механической конструкции;
- оптимизации КЭМ по количеству конечных элементов.

Литература

1. Михайлов А.Л. Проектирование и вибродиагностика деталей ГТД на основе исследования объемного напряженно-деформированного состояния [Текст] / А.Л. Михайлов; под ред. В.М. Чепкина. – Рыбинск: РГАТА, 2005. – 216 с.
2. Воинова В. В. Оценка качества построения конечно-элементных моделей по критерию точности расчетов напряженно-деформированного состояния упругих тел программным комплексом ANSYS. РГАТА [Текст] / В. В. Воинова, А. А. Лысенко, А. Л. Михайлов // Вестн. Рыбинск. гос. авиац. технолог. акад. им. П. А. Соловьева: сб. науч. тр. – Рыбинск: РГАТА им П. А. Соловьева, 2008. – № 3 (18). – С. 127 – 131.

Поступила в редакцию 28.05.2012

А.Л. Михайлов, А.А. Лысенко. Оптимізація кінцево-елементної моделі механічної конструкції при розрахунку НДС

Метод кінцевих елементів є чисельним методом, тому точність отримуваних результатів залежить від типу, розмірів і розміщення в математичній моделі кінцевих елементів. У даній роботі представлено співвідношення для обчислення статичної поїддатливості конструкції, на основі якого створена комп'ютерна технологія оцінки точності розрахунків, яку дозволяє досягти побудована кінцево-елементна модель конструкції. Комп'ютерна технологія дозволяє визначити області кінцево-елементної моделі, що вносять похибку в розрахунок. Описаний спосіб оптимізації кінцево-елементної моделі механічної конструкції при розрахунку НДС.

Ключові слова: комп'ютерна технологія оцінки якості КЕМ, статична піддатливість, кінцево-елементна модель, еквівалентні маси, три взаємно-перпендикулярні сили.

A.L. Mihailov, A.A. Lysenko. Optimization of final element model of the mechanical design at strain deformed condition calculation

The method of final elements is a numerical method therefore accuracy of received results depends on type, the sizes and placement in mathematical model of final elements. In this work the ratio for calculation of a static pliability of a design on the basis of which the computer technology of an assessment of accuracy of calculations which the constructed final and element model of a design allows to reach is presented. The computer technology allows to define the areas of final and element model bringing an error in calculation. The way of optimization of final and element model of a mechanical design is described at strain-deformed condition calculation.

Key words: computer technology of an assessment of quality of FEM, static pliability, final and element model, equivalent masses, three mutually perpendicular forces.