

УДК 539.3

С. А. Моргун

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, г. Николаев

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН

Изложена методика исследования влияния геометрических параметров лопаток турбомашин на частоты их свободных колебаний. С использованием метода конечных элементов разработана уточненная математическая модель, позволяющая учесть конструктивную неоднородность пера лопатки. Приведены результаты расчета низшего спектра частот колебаний рабочей лопатки турбины в зависимости от изменения основных геометрических характеристик пера лопатки.

Ключевые слова: лопатки турбомашин, геометрические параметры, колебания, метод конечных элементов, спектр частот.

Введение

В современных условиях развития турбостроения преобладающей является тенденция увеличения единичной мощности перспективных турбоагрегатов. Для обеспечения требуемого уровня надежности разрабатываемых турбомашин необходимо решить ряд задач механики деформируемого твердого тела. Одной из них является исследование вибропрочности лопаточного аппарата, как одного из наиболее нагруженных узлов. Изучению вопросов, связанных с колебаниями рабочих лопаток компрессоров и турбин, посвящен ряд работ [1–3]. Большая часть исследований в данном направлении проводилась на основе стержневой теории [1, 2]. Лопатки рассматривались как кривые стержни переменного поперечного сечения, совершающие синфазные колебания в одной из главных плоскостей изгиба [1] с определением их частот при помощи вариационных методов Ритца [1] или Бубнова-Галеркина [2]. Однако, математическим моделям, основанным на стержневой теории, присущи существенные недостатки: невозможность учета влияния на формы и частоты колебаний бандажной полки, геометрии охлаждающих каналов, радиусов скругления входной и выходной кромок лопатки. Более широкие возможности для исследования поведения рабочих лопаток турбомашин представляет использование трехмерных математических моделей, полученных с применением метода конечных элементов (МКЭ). Такой подход отражен в ряде работ [2–4]. Однако, для комплексного учета влияния различных геометрических параметров и конструктивных неоднородностей на частоты и формы колебаний рабочих лопаток турбомашин, требуется проведение дальнейших исследований с использованием уточненных математических моделей на основе МКЭ.

Целью работы является комплексное исследование влияния геометрических характеристик как охлаждаемых, так и неохлаждаемых рабочих лопаток турбомашин на частоты их свободных колебаний.

Изложение основного материала

При решении задачи о свободных колебаниях лопаток турбомашин методом конечных элементов целесообразно использовать вариационный принцип Лагранжа [2–4]

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0 \quad i = (1, \dots, n), \quad (1)$$

где $L = \Pi - T$ – функция Лагранжа; Π – потенциальная энергия деформации элемента; T – кинетическая энергия колебаний элемента; q_i – обобщенная координата i -го узла; n – число узлов элемента.

Подробное описание ряда элементов, используемых при создании трехмерной конечно-элементной модели лопатки приведено в работе [4]: Потенциальная энергия деформации и кинетическая энергия колебаний каждого конечного элемента вычисляется следующим образом:

$$\Pi = \frac{1}{2} (\{\delta\}^T [K] \{\delta\}) \quad T = \frac{1}{2} (\{\delta\}^T [M] \{\delta\}), \quad (2)$$

где $[K]$ – матрица жесткости рассматриваемого конечного элемента; $\{\delta\}$ – вектор обобщенных перемещений узлов элемента; $[M]$ – матрица масс рассматриваемого конечного элемента.

После подстановки (2) в (1) получаем уравнение движения рассматриваемой лопатки:

$$[M] \{\ddot{\delta}\} + [K] \{\delta\} = 0. \quad (3)$$

На основе (3) частота свободных колебаний лопатки вычисляется следующим образом:

$$[K_{IJ}]\delta_I - f^2[M_{IJ}]\delta_I = 0 \quad (I, J = 1, \dots, N) \quad (4)$$

где f – частота колебаний лопатки;
 N – число степеней свободы конечно-элементной модели лопатки.

Соотношения (4) определяют собой, так называемую, обобщенную проблему собственных значений, которая может быть решена при помощи использования прямого разложения Холецкого для ленточных матриц с последующим применением метода Хаусхольдера для перехода к трехдиагональным симметричным матрицам [3] и непосредственного определения частот колебаний лопатки.

Основные результаты и их анализ

Адекватность примененного алгоритма решения задачи исследовалась при сопоставлении результатов расчета частот свободных колебаний неохлаждаемой лопатки турбины f_p с результатами, приведенными в [1] f_m (табл. 1). Лопатка имеет следующие характеристики: длина $l = 175$ мм; хорда профиля $b = 30,755$ мм; угол закрутки $\alpha = 51^\circ 31'$. Материал – жаропрочная сталь СМ88У-ВИ (плотность $\rho = 8100$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,685 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$).

Сопоставление результатов численного решения задачи с результатами, полученными в работе [1], свидетельствует о том, что расхождение составляет 1,12–4,1 %. Следовательно, можно сделать вывод о том, что предложенный метод расчета обладает высокой точностью и может быть использован для исследования влияния различных конструктивных параметров геометрии рабочих лопаток турбомашин на частоты их колебаний. Рассматриваемые ниже лопатки турбины изготовлены из жаропрочной стали СМ88У-ВИ. Схема лопатки и ее основные геометрические характеристики приведены ниже на рис. 1.

Исследуется влияние на частоты свободных колебаний таких параметров, как длина пера лопатки (l), хорда (b), толщина лопатки (c), угол закрутки (α), радиусы входной и выходной кромок (R_1 и R_2), а также диаметр (d) и число (q) отверстий по выходной кромке для выхода охлаждающего воздуха; высота (c_1) и толщина (b_1) стенок охлаждающих каналов и угол наклона (β) стенок охлаждающих каналов к оси лопатки z .

Результаты расчета сравниваются с экспериментальными данными. Методика проведения эксперимента приведена в работе [5]. Ниже на рис. 2–7 приведены зависимости, описывающие влияние геометрических характеристик пера лопатки на частоты ее собственных колебаний.

Таблица 1 – Собственные частоты колебаний рабочей лопатки турбины

Форма колебаний	f_p (Гц)	f_m (Гц)
$m=0; n=1$	224,5	222
$m=1; n=1$	329,8	324
$m=1; n=2$	421,2	402
$m=2; n=2$	709,3	682

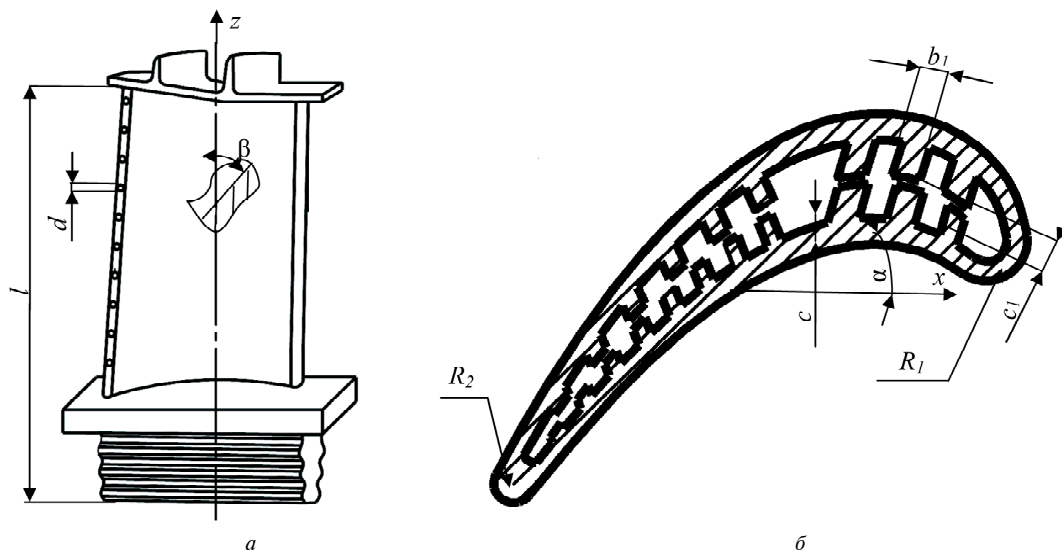


Рис. 1. Основные геометрические характеристики лопатки турбины:
 а – вид лопатки со стороны корыта; б – поперечное сечение пера лопатки

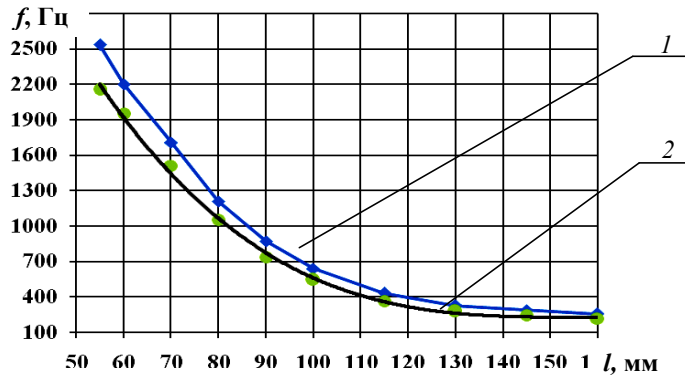


Рис. 2. Зависимость частот колебаний от длины пера лопатки l :

1 – расчетные данные; 2 – эксперимент

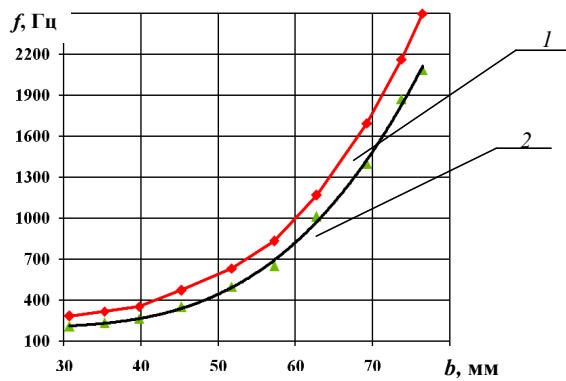


Рис. 3. Зависимость частот колебаний от величины хорды профиля лопатки b :

1 – расчетные данные; 2 – эксперимент

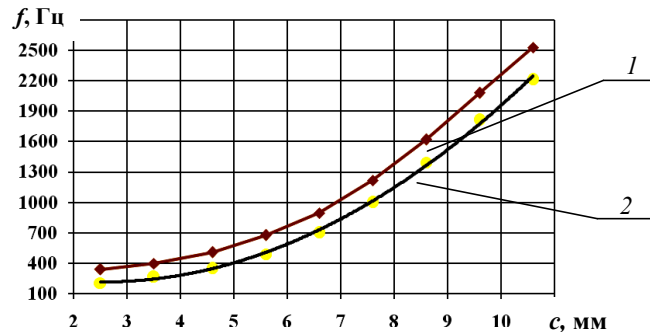


Рис. 4. Зависимость частот колебаний от толщины пера лопатки c :

1 – расчетные данные; 2 – эксперимент

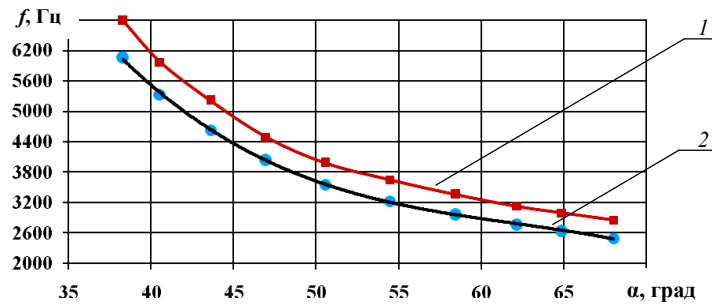


Рис. 5. Зависимость частот колебаний от величины угла закрутки пера лопатки α :

1 – расчетные данные; 2 – эксперимент

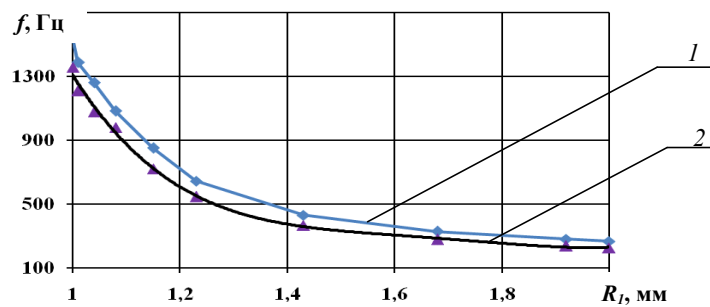


Рис. 6. Зависимость частот колебаний от величины радиуса входной кромки пера лопатки R_1 :
1 – расчетные данные; 2 – эксперимент

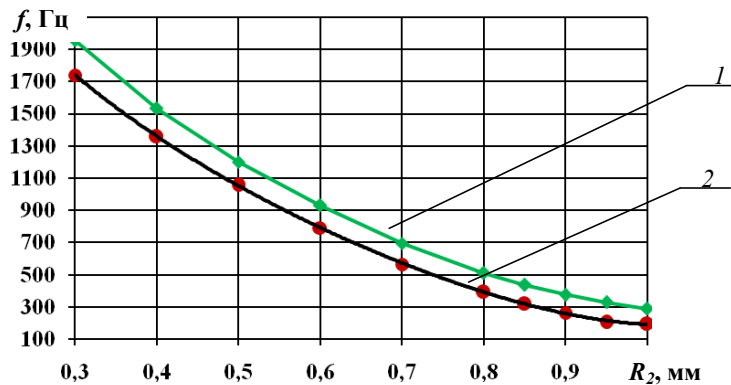


Рис. 7. Зависимость частот колебаний от величины радиуса выходной кромки пера лопатки R_2 :
1 – расчетные данные; 2 – эксперимент

Анализ графических зависимостей, приведенных выше на рис. 2, свидетельствует о том, что частота колебаний снижается с увеличением длины турбинных лопаток. Это может быть объяснено тем, что с увеличением длины пера лопатки снижается ее жесткость a , значит, повышается амплитуда и снижается частота колебаний. Увеличение таких параметров, как радиусы скругления входной и выходной кромок (рис. 6, 7) ведет к увеличению площади поперечного сечения лопатки и как следствие, к уменьшению частоты ее колебаний. В случае турбинной лопатки увеличение хорды приводит к повышению частоты (рис. 3). Это объясняется тем, что исходя из соображений газодинамики, самым широкохордным является корневое сечение лопатки, обладающее наибольшей жесткостью. Возрастание угла закрутки (рис. 4) также приводит к снижению частоты колебаний турбинных лопаток, так как увеличение закрутки периферийного сечения относительно корневого приводит к снижению жесткости всего пера в целом. Увеличение толщины пера лопатки приводит к снижению амплитуды и, следовательно, к возрастанию частоты ее колебаний (рис. 3).

Перейдем к анализу влияния геометрических характеристик полости пера лопатки турбины на величину частот ее собственных колебаний. Ре-

зультаты расчета в сравнении с экспериментальными данными приведены в табл. 2–6.

Таблица 2 – Зависимость частот колебаний лопатки от числа охлаждающих отверстий по выходной кромке

Число отверстий q , шт.	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
1	2050	2042
2	2047,4	2039
4	2043,1	2030
6	2038,7	2026
8	2032,9	2022,5
10	2024,7	2017

Таблица 3 – Зависимость частот колебаний лопатки от диаметра охлаждающих отверстий по выходной кромке

Диаметр отверстий d , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
1,5	2067	2058
2,0	2059,3	2051
2,5	2048,8	2041
3,0	2036,2	2029
4,0	2027,4	2025
5,0	2022,9	2016

Таблица 4 – Зависимость частот колебаний лопатки от толщины стенок охлаждающих каналов

Толщина стенок каналов b_l , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
1,5	2037,2	2032
2,0	2031,5	2027
2,5	2025,8	2021
3,0	2020,4	2016

Таблица 5 – Зависимость частот колебаний лопатки от высоты стенок охлаждающих каналов

Высота стенок каналов c_l , мм	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
5,0	2012,1	2009
8,0	2019,5	2014
10,0	2028,7	2024
12,0	2035,9	2031
15,0	2041,4	2036

Таблица 6 – Зависимость частот колебаний лопатки от угла наклона стенок охлаждающих каналов к оси лопатки z

Угол наклона стенок каналов β , град	Частота колебаний f , Гц	
	Расчетные данные	Эксперимент
0	2031,5	2026
2	2036,4	2032
5	2042,9	2037
8	2049,8	2044
10	2053,7	2049
12	2057,1	2052
15	2063,6	2058

Анализ результатов исследования влияния конструктивных параметров полости пера лопатки на частоты ее колебаний, приведенных в табл. 2–6, свидетельствует о том, что с увеличением числа отверстий для выхода охлаждающего воздуха снижается частота колебаний лопатки (табл. 2). Это объясняется тем, что с увеличением числа отверстий снижается жесткость пера лопатки, а, следовательно, увеличивается амплитуда и снижается частота ее колебаний. Аналогичным образом может быть объяснена и зависимость частот колебаний лопатки турбины от диаметра отверстий (табл. 3). При изучении влияния таких характеристик полости охлаждаемой лопатки, как стенки каналов, целесообразно их рассматривать в качестве системы ребер жесткости стрингерного типа для оболочечной конструкции. Исходя из этого допущения, можно сделать вывод, что увеличение высоты стенок в поперечном сечении приводит к увеличению жесткости пера лопатки и, как следствие, к повышению частот ее колебаний (табл. 5). Увеличение угла β (табл. 6)

также увеличивает частоты колебаний, так как в этом случае происходит постепенный переход от аналогии со стрингерами к аналогии с ребрами жесткости кольцевого типа, что, в свою очередь, увеличивает изгибную жесткость лопатки. Однако, величина угла наклона стенок охлаждающих каналов к оси лопатки z строго регламентируется технологической документацией на производство лопаток и не может превышать 15° . Увеличение толщины стенок каналов (табл. 4) наоборот снижает частоты колебаний лопатки, так как в этом случае увеличивается общая материалоемкость, а значит, и масса лопатки.

Заключение

С использованием метода конечных элементов (МКЭ) исследовано влияние различных геометрических параметров конструкции рабочих лопаток турбомашин на величину спектра низших частот их свободных колебаний. Данная задача решалась с использованием разработанной уточненной математической модели, позволяющей в полной мере учесть конструктивную неоднородность пера лопатки. Сравнение результатов расчета частот колебаний турбинной лопатки с данными, приведенными в работе [1], свидетельствует об адекватности разработанной математической модели и высокой точности предложенного алгоритма решения поставленной задачи, что, в свою очередь, дает возможность использовать их для исследования не только свободных, но и вынужденных колебаний венцов рабочих лопаток турбомашин.

Список литературы

1. Воробьев Ю. С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин / Ю. С. Воробьев. – К. : Наук. думка, 1988. – 224 с.
2. Костюк А. Г. Динамика и прочность турбомашин / А. Г. Костюк. – М. : Машиностроение, 1982. – 264 с.
3. Иноземцев А. А. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок / А. А. Иноземцев, М. А. Нихамкин, В. Л. Сандрацкий. – М. : Машиностроение, 2007. – 232 с.
4. Каиров А. С. Исследование собственных колебаний лопаток турбомашин методом конечных элементов : сб. науч. праць НУК / А. С. Каиров, С. А. Моргун. – Миколаїв : – 2012. – Вип. 5–6. – С. 56–60.
5. Моргун С. А. Экспериментальное исследование свободных колебаний лопаток газотурбинного двигателя / С. А. Моргун, А. С. Каиров // Методи розв'язання прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: сб. науч. праць. – Дніпропетровськ. – Ліра. – 2011. – Вип. 12. – С. 224–229.

Поступила в редакцию 23.12.2013

Моргун С.О. Вплив геометричних параметрів на частоти вільних коливань робочих лопаток турбомашин

Наведено методику досліджень впливу геометричних параметрів лопаток турбомашин на частоти їх власних коливань. З використанням методу кінцевих елементів розроблено уточнену математичну модель, яка дозволяє врахувати конструктивну неоднорідність пера лопатки. Наведено результати розрахунку нижчого спектру частот власних коливань робочої лопатки турбіни в залежності від зміни основних геометричних характеристик її пера.

Ключові слова: лопатки турбомашин, геометричні параметри, коливання, метод кінцевих елементів, спектр частот.

Morgun S. The geometrical parametrs influence on the turbomachinery blades' free oscillation

The new methodology, giving an opportunity to investigate the turbine blades geometrical parameters influence on their free oscillation frequencies, is given. In order to receive the foregoing problem solution a new, more perfect mathematical model, that takes blades' constructional inhomogeneity into consideration, has been developed on the base of finite elements method usage. The results of the free oscillation lowest frequencies spectrum calculation are given according to the turbine blades profile geometrical characteristics chsnement.

Key words: turbine blades, geometrical parameters, oscillation, finite elements method, frequencies spectrum.