

УДК 004.942 : 629.4.001.4

В.Ф. МИРГОРОД

АО Элемент, Одесса, Украина

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ТРЕНДОВОЙ СТАТИСТИКИ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ В УСЛОВИЯХ НЕГАУССОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Рассмотрены характеристики эффективности трендовой статистики кумулятивных сумм для статистической модели порождения данных, отвечающей реальным условиям эксплуатации объектов диагностирования. В предлагаемой статистической модели учтены отличия от модели генеральной совокупности некоррелированных нормально распределенных случайных величин. Такие отличия учтены для моментов первого (выборочного среднего), третьего (асимметрии) и четвертого (эксцесса) порядков. Установлена устойчивость статистики кумулятивных сумм в области умеренных отличий от нормального распределения по асимметрии и эксцессу. Для оценки параметра положения имеет место смещение уровней значимости трендовой статистики кумулятивных сумм.

Ключевые слова: газотурбинный двигатель, диагностики, статистическая модель, трендовый анализ, кумулятивная сумма.

Введение

Проблема перевода силовых и энергетических установок (СиЭУ) с газотурбинными двигателями (ГТД) на эксплуатацию по техническому состоянию в настоящее время решается путем создания интегрированных систем управления типа FADEC, необходимой составной частью которых является автоматизированная система контроля и диагностики (АСКД) ГТД. Важная научно-прикладная задача состоит в повышении надежности статистических выводов о техническом состоянии ГТД в реальных условиях эксплуатации, которые должны найти свое отражение в соответствующих статистических моделях (СМ) порождения данных.

1. Формулирование проблемы

Характерной особенностью анализируемых в АСКД выборок данных о техническом состоянии ГТД в виде временных рядов термодинамических и вибропараметров является тот факт, что они не удовлетворяют опорной гипотезе H_0 о принадлежности к генеральной совокупности некоррелированных нормально распределенных случайных величин (СВ) [1,2,3]:

$$\bar{x}_k \in N(m, \sigma), \quad (1)$$

где \bar{x}_k – временной ряд;
 m, σ – моменты первого и второго порядков.

В таких условиях применяемые в АСКД трендовые критерии [4] могут потерять эффек-

тивность, что обычно сопровождается ростом потока ложных тревог.

В [5] изложены результаты исследований ряда трендовых критериев (r – критерия и критерия отношения дисперсий) для более сложной СМ порождения данных:

$$\bar{x}_k \in N(m, \sigma, \gamma, \varepsilon), \quad (2)$$

где γ, ε – моменты третьего и четвертого порядков, учитывающие асимметрию и эксцесс выборки.

За пределами указанного исследования остался вопрос об эффективности статистики кумулятивных сумм (S – критерия) для СМ, которая в большей степени отвечает реальным условиям эксплуатации. В то же время именно S – критерий получил наиболее широкое применение в АСКД авиационных ГТД ввиду известных его преимуществ [4, 6].

Целью настоящей работы является оценка смещения уровней значимости и значений доверительных вероятностей трендовой статистики кумулятивных сумм в зависимости от параметров априорного распределения выборок данных.

2. Решение проблемы

Принятая при исследованиях априорная СМ порождения данных выбрана в виде широко применяемой при аппроксимации негауссовских плотностей вероятностей (ПВ) модели разложения в ряд Грама-Шарлье [7, 8], первые члены которого позволяют учесть в удобной форме моменты до четвертого порядка вклю-

чительно, обычно используемые при анализе данных

$$f_{na}(\chi) = f_n(\chi)^* \left(1 + \frac{1}{3!} j_1(\chi^3 - 3\chi) + \frac{1}{4!} j_2(\chi^4 - 6\chi^2 + 3) \right), \quad (3)$$

где f_n – ПВ нормального распределения;

$j_1 = \mu_3 / \sigma^3, j_2 = \mu_4 / \sigma^4 - 3$ – коэффициенты асимметрии и эксцесса соответственно.

В рамках иллюстрируемых исследований анализировалось влияние асимметрии и эксцесса распределения, а также ошибок при оценке параметра положения. Что касается допустимости аппроксимации реальных ПВ в виде (3), то целесообразно принимать $j_2 = \varepsilon \leq 2$, поскольку при больших значениях эксцесса нарушается условие неотрицательности ПВ вида (3).

Выбранный путь достижения цели работы заключается в аналитическом определении вида трендовой статистики кумулятивных сумм для СМ порождения данных (3) в зависимости от эксцесса ε , асимметрии γ , параметра положения m , и объема выборки N . Определение вида искомой статистики предполагает получение ПВ СВ, распределенной по закону (3) с последующей N -мерной последовательной сверткой ПВ. Для выполнения указанной процедуры в аналитическом виде использован пакет расширения Symbolic Toolbox системы MATLAB, содержащий ядро символьной математики MAPLE. Свертка определялась переходом в область изображений ПВ, возведением изображения в N -ю степень и обратным переходом в область оригиналов для получения искомой плотности. Контроль корректности символьных преобразований осуществлялся одновременным исполнением указанной процедуры и для стандартного нормального распределения.

Результаты проведенных исследований представлены на рис. 1 – рис. 6.

На рис. 1 и рис. 3 представлены априорные ПВ подлежащей анализу выборки, учитывающие эксцесс (рис. 1) и асимметрию (рис. 3) соответственно, в сопоставлении с ПВ стандартного нормального распределения. На рис. 2 и рис. 4 представлены ПВ S – статистики для числа отсчетов $N = 20$, полученных аналитически, при опорной гипотезе H_0 о принадлежности к генеральной совокупности некоррелированных нормально распределенных случайных величин и СМ вида (3).

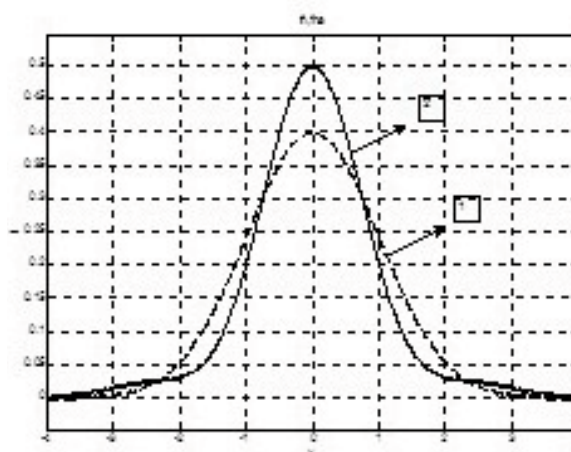


Рис. 1. Исходные ПВ выборки: 1 – нормального распределения; 2 – ПВ вида (3) с учетом эксцесса

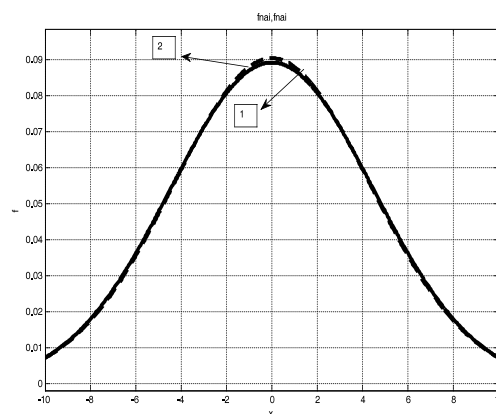


Рис. 2. Результирующие ПВ S – статистики: 1 – для нормального распределения; 2 – для ПВ вида (3) с учетом эксцесса

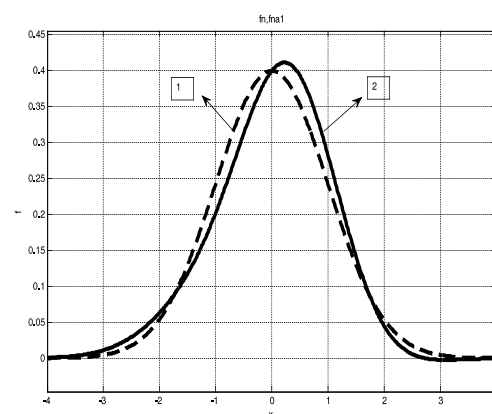


Рис. 3. Исходные ПВ выборки: 1 – нормального распределения; 2 – ПВ вида (3) с учетом асимметрии

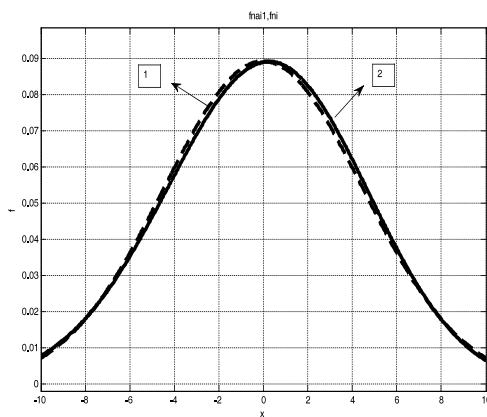


Рис. 4. Результирующие ПВ S – статистики: 1 – для нормального распределения; 2 – для ПВ вида (3) с учетом асимметрии

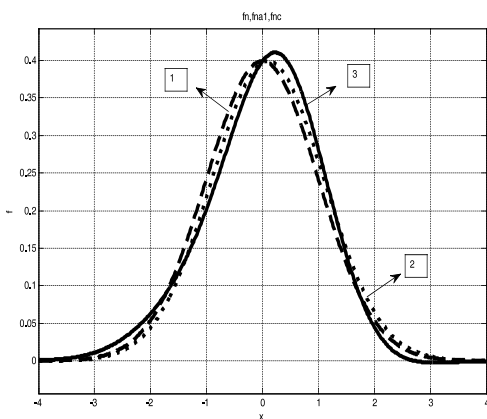


Рис. 5. Исходные ПВ выборки: 1 – нормального распределения; 2 – нормального распределения со смещенным центром; 3 – ПВ вида (3) с учетом асимметрии

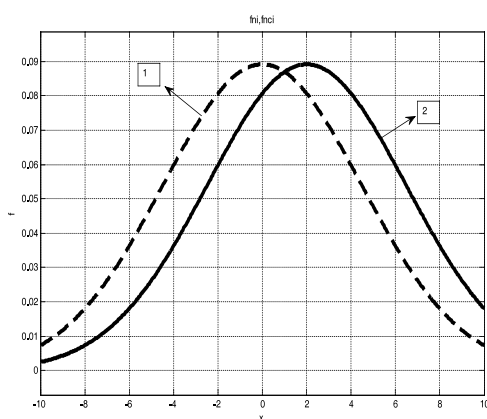


Рис. 6. Результирующие ПВ S – статистики: 1 – для нормального распределения; 2 – для нормального распределения со смещенным центром

Вычисления пороговых уровней для трендовой статистики кумулятивных сумм по полученным аналитическим выражениям со-

гласно модели (3) показало высокую степень устойчивости исследуемой статистики к эксцессу и асимметрии распределения в области доверительных вероятностей (0,9...0,95) и числа степеней свободы (числа отсчетов ряда) $N > 20$. Смещения значений доверительных вероятностей при заданном пороге срабатывания не превышают долей процента. Существенные различия возникают на уровнях (0,6...0,8), однако эта область не представляет практического интереса.

Отличительной особенностью проведенного исследования является тот факт, что указанные статистики для СМ порождения данных (3) получены с помощью упомянутого пакета символьной математики в аналитическом виде, что позволяет выполнить их детальный анализ, необходимые расчеты и табулировать. Дополнительно выполнен анализ чувствительности статистики кумулятивных сумм к смещению центра распределения (рис. 5, рис. 6). Согласно [4, 6], исходная выборка предварительно центрируется выборочным средним. Такое выборочное среднее имеет свое распределение и весьма чувствительно к выбросам в исходных данных. Смещение при компьютерном эксперименте выбрано таким, чтобы медиана распределения с асимметрией была равна этому смещению центра. Как это следует из результатов моделирования (рис. 6), смещения значений доверительных вероятностей статистики кумулятивных сумм при заданном пороге срабатывания являются весьма существенными.

Заключение

Трендовая статистика кумулятивных сумм для СМ порождения данных (3) имеет высокую степень устойчивости к эксцессу и асимметрии распределения в практически используемых областях доверительных вероятностей и числа отсчетов ряда.

Для оценки параметра положения имеет место смещение уровней значимости трендовой статистики кумулятивных сумм ввиду естественного смещения (накопления) ее центра пропорционально числу отсчетов.

В общем случае отличие принятой априорной СМ порождения данных от фактически реализуемой приводит к существенному смещению уровней значимости трендовых статистик и, как следствие, снижению достоверности статистических выводов о состоянии объектов в СТД. Поэтому формирование адекватных диагностических моделей поведения контролируемых объектов является необходимым этапом построения современных СТД, что и определяет перспективы дальнейших исследований.

Литература

1. Куликов Г.Г. Интеллектуальный контроль состояния авиационных ГТД / Г.Г. Куликов, П.С. Костенко, В.С. Фатиков, В.Ю. Арьков // Авиационно-космическая техника и технология. – 2002. – Вып. 31. – С. 163-167.
2. Миргород В.Ф. Особенности применения трендовых статистик при обработке данных в системах технической диагностики / В.Ф. Миргород, Г.С. Ранченко // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2005. – №4. – С. 25-27.
3. Новицкий Л.В. Оценка погрешностей результатов измерений / Л.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л. Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
4. Епифанов С.В. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Епифанов, Б.И. Кузнецов, И.И. Богаенко. – К.: Техніка, 1998. – 312 с.
5. Миргород В.Ф. Сравнительный анализ эффективности критериев тренда в задачах диагностирования ГТД / В.Ф. Миргород, Г.С. Ранченко // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2005. – № 8/24 – С. 190-194.
6. Епифанов С.В. Выбор эффективных критериев тренда для применения в алгоритмах параметрической диагностики / С.В. Епифанов, Б.А. Щербань, Ю.В. Черкасов // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2012. – № 8/95 – С. 232-240.
7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М., Радио и связь, 1982. – 624 с.
8. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М., Наука, 1973. – 832 с.

Поступила в редакцию 30.05.2015

В.Ф. Миргород. Оцінка ефективності трендової статистики кумулятивних сум в умовах негаусового розподілу вихідних даних

Розглянуті характеристики ефективності трендової статистики кумулятивних сум для статистичної моделі породження даних, що відповідає реальним умовам експлуатації об'єктів діагностування. У запропонованій статистичній моделі враховані відмінності від генеральної сукупності некорельованих нормально розподілених випадкових величин. Такі відмінності враховані для моментів першого (вибіркового середнього), третього (асиметрії) та четвертого (ексцесу) порядків. Встановлена стійкість статистики кумулятивних сум в області помірних відмінностей від нормального розподілення по асиметрії та ексцесу. Для оцінки параметру положення має місце зміщення рівнів значущості трендової статистики кумулятивних сум.

Ключові слова: газотурбінний двигун, діагностики, статистична модель, трендовий аналіз, кумулятивна сума

V.M. Mirgorod. Evaluation of trend statistics efficiency of the cumulative sums in non-gaussian distributions of reference data terms

Efficiency characteristics of trend statistics of cumulative sums for the statistical model of data generation that meet to the real exploitation conditions of diagnosed objects are considered. In the offered statistical model differences from the model of general totality of the uncorrelated normally distributed random quantity are taken into account. Such differences are taken into account for the moments of first (selective middle), third (asymmetries) and fourth (excess) orders. Stability of cumulative sums statistics in area of moderate differences from normal distribution on asymmetry and excess is determined. For the estimation of position parameter levels displacement of meaningfulness of trend statistics of cumulative sums takes place.

Keywords: gas turbine engine, diagnostics, statistics model, trend analysis, cumulative sum.