

УДК 533.6

**С.В. ЕРШОВ, В.А. ЯКОВЛЕВ, А.И. ДЕРЕВЯНКО***Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Украина*

## ВЕРИФИКАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА ПРИ РАСЧЕТЕ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТУРБИННОЙ РЕШЕТКЕ

*Рассматривается трехмерное турбулентное течение вязкого сжимаемого газа в турбинной решетке с учетом ламинарно-турбулентного перехода. Математическое моделирование такого течения осуществляется на основе уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, и двухпараметрической дифференциальной модели турбулентности  $k-\omega$  SST. Моделирование перехода выполнено с помощью алгебраической модели PTM (Production Term Modification). Для выяснения границ применимости и оценки возможностей модели PTM при расчете течений в решетках турбомашин проведено подробное сопоставление численных результатов и существующих экспериментальных данных для переходного течения в дозвуковой решетке VKI-Genoa.*

**Ключевые слова:** численное моделирование, 3D течение, турбинная решетка, ламинарно-турбулентный переход, сравнение с экспериментом, вторичные течения, потери.

### Введение

Методы вычислительной гидро-газодинамики (CFD) применительно к течениям в лопаточных аппаратах турбомашин продолжает интенсивно развиваться [1]. Достаточно точное прогнозирование основных параметров потока для различных типов течений стало основой эффективного проектирования и усовершенствования лопаточных аппаратов турбин и компрессоров. Однако не все явления в потоке в проточной части турбомашины одинаково успешно поддаются моделированию. Одним из таких явлений является ламинарно-турбулентный переход.

Основная сложность моделирования переходных течений состоит в наличии в пограничных слоях областей, где течение уже не ламинарное, но еще и не развитое турбулентное. Для этих переходных областей непригодны методы, применяемые для ламинарных и турбулентных течений. Поэтому прогнозирование параметров течения в этих областях, как и определение положения ламинарно-турбулентного перехода, с помощью традиционных моделей обтекания оказывается неточным.

В настоящее время разработано много моделей турбулентности, которые могут использоваться с осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса (RANS). В большинстве случаев это высокоРейнольдсовы модели, которые описывают развитое полностью турбулентное течение. Для таких моделей «переход» — рост кинетической энергии турбулентности (КЭТ) в пограничном слое — обычно происходит почти сразу на входной кромке. Эти

модели в большинстве своем неправильно описывают распределение кинетической энергии турбулентности поперек пограничного слоя и в результате не воспроизводят универсальный профиль скорости на стенках [2].

Низко-рейнольдсовые модели более точно по сравнению с высокоРейнольдсовыми моделями учитывают влияние локального турбулентного числа Рейнольдса на параметры турбулентности, в частности, турбулентную вязкость во внутренней части пограничного слоя. Благодаря этому удается достаточно адекватно моделировать универсальный профиль скорости в турбулентном пограничном слое и получать физически правдоподобное распределение кинетической энергии турбулентности поперек пограничного слоя с острым пиком близко к обтекаемой поверхности [2]. Такие уточнения являются принципиально важными для моделирования переходных течений и сдвигают переход вниз по потоку от входной кромки. Тем не менее, точность определения положения перехода остается низкой [2]. Точка начала перехода часто предсказывается слишком рано. Модель плохо работает при невысоких уровнях турбулентности внешнего потока и не всегда предсказывает переход, вызванный отрывом. Для того, чтобы существенно улучшить моделирование перехода, необходим учет двух факторов, оказывающих существенное влияние на генерацию турбулентности в пограничном слое: влияние степени турбулентности внешнего потока и продольного градиента давления в пограничном слое. Специальные модели перехода учитывают это.

Наверное, наиболее популярной сегодня и достаточно точной является двухпараметрическая дифференциальная модель перехода  $\gamma - Re_\theta$  [3, 4, 5 и др.]. Основной недостаток этой модели состоит в том, что она весьма ресурсоемкая. В то же время разработанная ранее Лангтри алгебраическая модель перехода [6] оказалась незаслуженно забытой, несмотря на то, что она, судя по имеющимся в литературе данным [6, 7, 8, 9], показывает сопоставимые результаты, но требует меньшее расчетное время.

Для выяснения границ применимости и оценки возможностей этой модели для расчетов течений в решетках турбомашин необходимо провести детальное сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными. Подчеркнем, что такое сопоставление необходимо выполнять не только по распределениям «невязких» параметров вдоль обтекаемых поверхностей, но и, что особенно важно, по сугубо «вязким» параметрам, таким как интегральные параметры пограничного слоя, профили скорости и пр., так как наивно надеяться на надежное предсказание численным методом потерь кинетической энергии в решетках, если интегральные параметры пограничного слоя оцениваются неверно.

В настоящей работе выполнено подробное сопоставление расчетных и экспериментальных данных для переходного течения в дозвуковой решетке VKI-Genoa [10]. Кроме того, для оценки влияния перехода на вторичные течения выполнено сравнение численных результатов, полученных для переходного и полностью турбулентного обтекания.

### 1. Математическая модель, численный метод и технология проведения расчетов

Турбулентное течение вязкого сжимаемого газа в турбинной решетке описывается системой уравнений RANS с использованием дифференциальной двухпараметрической модели турбулентности  $k-\omega$  SST Ментера [11], записанной в низко-рейнольдсовой форме [12]. Для моделирования ламинарно-турбулентного перехода привлекается алгебраическая модель РТМ [6], предложенная Лангтри. Модель перехода использует ограничитель производства турбулентности, который подобен коэффициенту перемежаемости. Физически правдоподобные значения компонент тензора реинольдсовых напряжений обеспечиваются с помощью ограничений реализуемости [13], что является необходимым условием для расчета переходных течений.

Исходные дифференциальные уравнения численно интегрируются с помощью неявной

ENO (Essentially Non-Oscillatory) схемы второго порядка аппроксимации [14], в которой потоки на границах ячеек находятся с использованием точного решения задачи распада произвольного разрыва. Для ускорения сходимости применяется локальный шаг по времени и метод Ньютона [15]. При выполнении расчетов с высокими числами Куранта осуществляется коррекция временного шага в чрезмерно вытянутых ячейках. Рассмотренный подход реализован в CFD решателе F [16].

Моделирование ламинарно-турбулентного перехода предъявляет повышенные требования к построению сетки и ее размерности. В области перехода необходимо обеспечить высокое разрешение в продольном и поперечном направлениях, так как характеристики пограничного слоя подвергаются быстрым изменениям (на относительно коротком участке течения меняется толщина пограничного слоя и его профиль).

Согласно опыту авторов, приемлемое описание ламинарно-турбулентного перехода в трехмерном межлопаточном канале требует обеспечения следующих условий:

- величина  $y^+$  для первой ячейки должна быть порядка 1 или даже меньше;
- число ячеек поперек пограничного слоя (в зоне перехода) – 30 и более;
- число ячеек вдоль поверхности лопаток (на каждой стороне) в направлении потока должно быть не менее 150;
- отношение шагов сетки в погранслойном сгущении у стенок должно быть близко к 1,1.

Эти требования обычно осуществимы для разностных сеток размером от нескольких миллионов до нескольких десятков миллионов ячеек в одном трехмерном межлопаточном канале.

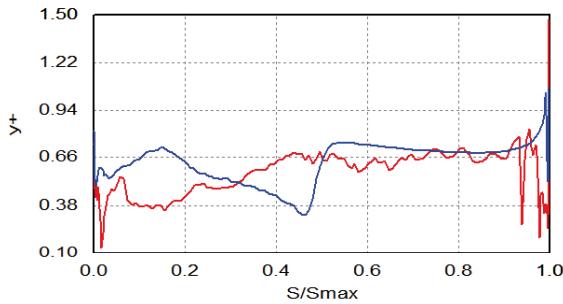
### 2. Моделирование течения в тестовой решетке VKI-Genoa

Рассматривалось трехмерное течение в решетке VKI-Genoa, экспериментальное и расчетное исследования которой выполнены в работах [10] и [4, 5, 9] соответственно. Использовалась Н-сетка с ортогонализацией сеточных линий вблизи твердых стенок размерностью 4,2 млн ячеек ( $128 \times 128 \times 256$ ). В переходной области поперек пограничного слоя располагалось более 30 ячеек, а вдоль поверхности лопатки в продольном направлении было 168 ячеек со сгущением вблизи входной и выходной кромок.

На рис. 1 показаны распределения величины  $y^+$  вдоль выпуклой и вогнутой сторон лопатки в среднем ее сечении. По сравнению с

разностной сеткой работы [9] почти в 1,5 раза уменьшен размер пристеночной ячейки и увеличено количество ячеек поперек пограничного слоя в переходной области.

Течение в рассматриваемой решетке является дозвуковым с числом Маха  $M_{2is} = 0,24$  и числом Рейнольдса  $Re = 1,6 \cdot 10^6$ . Интенсивность турбулентности  $Tu$  на выходе была 1%. Турублентный масштаб длины в ядре потока на входе задавался из условия равновесности турбулентности [17].



**Рис. 1.** Распределение величины  $y^+$  по поверхности лопатки в среднем сечении:  
— вдоль выпуклой стороны; — вдоль вогнутой стороны

В эксперименте не определялась толщина пограничного слоя на торцевых обводах перед решеткой. Так как задание этой величины обязательно для трехмерного расчета течения в решетке, в настоящем исследовании, мы предполагаем, что пограничный слой начинает зарождаться на входной границе расчетной области, которая задавалась на расстоянии равном одной осевой хорды перед входными кромками.

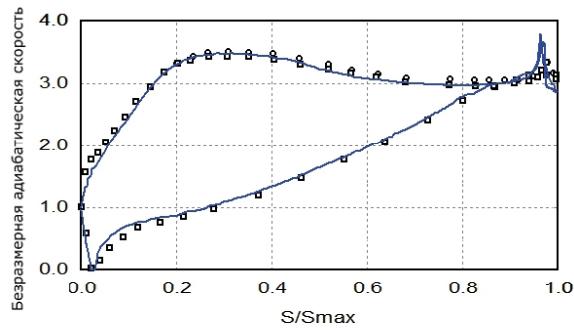
### 3. Сравнение с экспериментальными данными

В данном разделе представлено сопоставление результатов расчетов переходного течения, выполненных авторами, с экспериментальными данными в среднем сечении лопатки для различных параметров потока. Сравнение проводилось как для параметров, характеризующих основное, «невязкое» течение, так и для отдельных характеристик пограничного слоя.

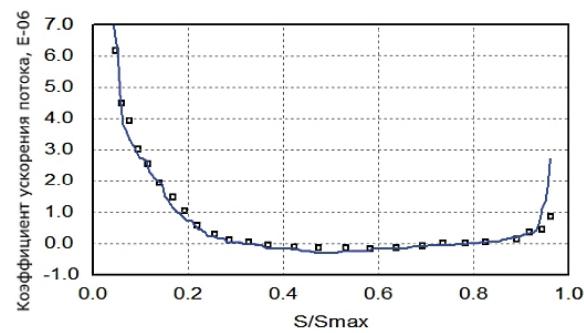
На рис. 2 приведено распределение безразмерной адиабатической скорости по поверхности лопатки в среднем сечении. Обезразмеривание выполнялось путем деления на входную скорость  $U_0$ . Координата  $s$  измерялась вдоль контура лопатки от входной кромки. Величина  $s_{max}$  соответствует криволинейной длине от входной кромки к выходной. На приведенных

графиках, если это отдельно не указано, маркерами помечены экспериментальные данные [10], а сплошными линиями – результаты расчетов данного исследования. Из рис. 2 видно хорошее согласование результатов для большей части профиля лопатки. Наибольшие различия наблюдаются за входной кромкой и на выходной кромке. Следует отметить, что подобное рассогласование имело место и в расчетных результатах работ [4, 5].

На рис. 3 представлено распределение вдоль стороны разрежения коэффициента ускорения потока  $K = -\mu / (\rho^2 U_e^3) dp/ds$ . Наблюдается хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных. На большей части стороны разрежения лопатки  $K < 3 \cdot 10^6$ . Это означает, что в этой области может произойти переход. Если это случится, то переход произойдет раньше отрыва пограничного слоя, так как  $K > K_{crit} = -5,13 \cdot 10^{-7} Tu^{5/4}$  [18].



**Рис. 2.** Распределение безразмерной адиабатической скорости по поверхности лопатки в среднем сечении:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов



**Рис. 3.** Распределение вдоль стороны разрежения коэффициента ускорения потока:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

Согласно экспериментальным данным [10] переходный участок пограничного слоя и непосредственно точка перехода располагались при  $0,35 < s/s_{max} < 0,6$  и  $s/s_{max} = 0,48$ , соответственно. На графике (рис. 3) видно, что это хорошо

коррелирует с началом участка положительного градиента давления, как для эксперимента, так и для расчета.

На рис. 4 – 7 приведены характеристики пограничного слоя на стороне разрежения лопатки. Распределение толщины вытеснения  $\delta^*$  пограничного слоя дано на рис. 4. На рис. 5 представлено распределение числа Рейнольдса  $Re_\theta$ , рассчитанного по толщине потери импульса. Распределение форм-параметра  $H = \delta^*/\theta$  показано на рис. 6.

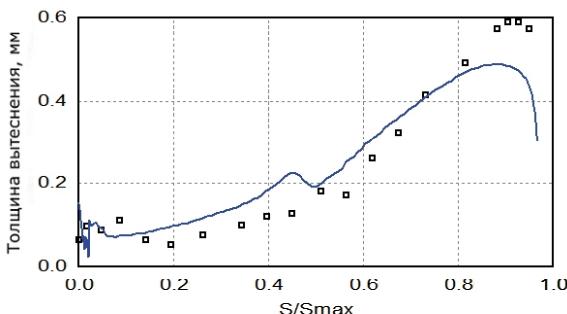


Рис. 4. Распределение толщины вытеснения  $\delta^*$  пограничного слоя на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

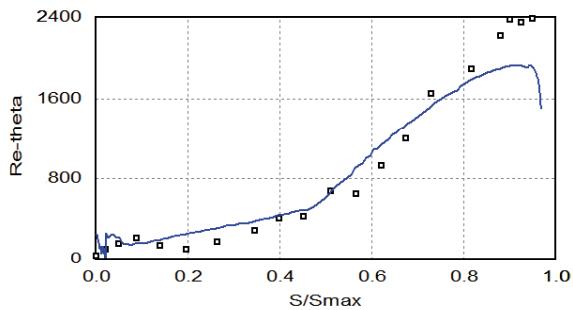


Рис. 5. Распределение числа Рейнольдса  $Re_\theta$  на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

Несмотря на некоторые количественные отличия расчетных и экспериментальных данных, следует заметить, что качественное рассогласование для большинства сравниваемых параметров имеет место только на входной кромке, где вследствие низких скоростей потока и малой толщины пограничного слоя велики погрешности определения интегральных величин пограничного слоя по результатам расчета.

В расчете на участке положительного градиента давления при  $s/s_{max} > 0,3$  происходит перестройка профиля скорости. Профиль теряет заполненность и толщина вытеснения растет быстрее (рис. 4), чем толщина потери импульса (учитывая, тот факт, что при  $0,2 < s/s_{max} < 0,45$  изменения скорости потока небольшие, то по

изменению числа Рейнольдса  $Re_\theta$  на рис. 5 можно судить об изменении толщины потери импульса). В результате, как это видно на рис. 6, форм-параметр увеличивается вплоть до  $s/s_{max} \approx 0,45$ , где начинается переход и затем форм-параметр резко уменьшается.

Рост интегральных толщин пограничного слоя вдоль стороны разрежения лопатки меняет свой характер в переходной области при  $s/s_{max} \approx 0,45 - 0,5$ . Согласно физике течений в ламинарном и турбулентном пограничных слоях в этой области при небольших изменениях толщины пограничного слоя происходит резкое уменьшение толщины вытеснения, что проявляется в двойном изломе кривой графика на рис. 4, и в увеличении темпа роста толщины потери импульса (рис. 5).

В эксперименте переход начинается выше по потоку – вблизи минимума давления при  $s/s_{max} \approx 0,35$ , и эффект положительного градиента давления оказывает значительно меньшее влияние на интегральные параметры пограничного слоя, чем переходные процессы. Поэтому, начиная с этой точки, форм-параметр снижается.

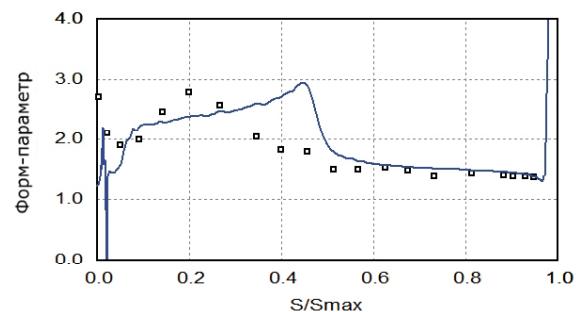


Рис. 6. Распределение форм-параметра  $H = \delta^*/\theta$  на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

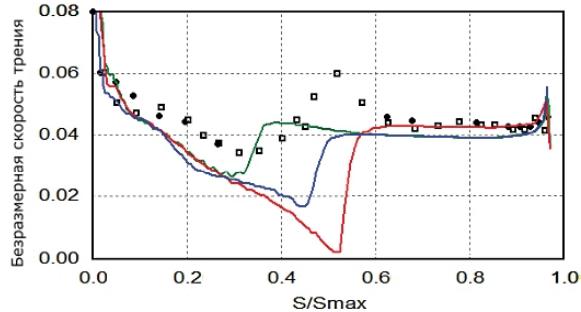


Рис. 7. Безразмерная скорость трения на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – численные результаты работы [4]; — – численные результаты работы [5]; — – результаты расчетов настоящей работы

И в эксперименте и в расчете значения форм-параметра в ламинарной и турбулентной зонах близки к соответствующим характерным значениям для этих течений. В расчете переход начинается при  $Re_\theta \approx 520$ , что выше теоретического значения для безградиентного течения на пластине и наблюдаемого в эксперименте критического числа  $Re_\theta < 400$ .

На рис. 7 приведено расчетное и экспериментальное распределения безразмерной скорости трения а также результаты расчетов работ [4] и [5]. Обезразмеривание скорости трения выполнено делением на локальную скорость внешнего потока. Можно заметить подтверждение приведенных выше оценок положения переходной зоны в расчете и эксперименте. В расчете трение почти вдоль всей поверхности несколько ниже, а переходная зона значительно уже и располагается примерно посередине экспериментального переходного участка. Результаты расчетов других авторов также показывают узкую зону перехода, но переходная зона согласно данным работы [4] находится в конце экспериментального переходного участка, а согласно данным работы [5] – в его начале.

В настоящей работе проведено сравнение профилей скорости для областей ламинарного (рис. 8), переходного (рис. 9) и турбулентного (рис. 10–12) течения. Во всех случаях наблюдается удовлетворительное количественное согласование результатов расчета с экспериментальными данными.

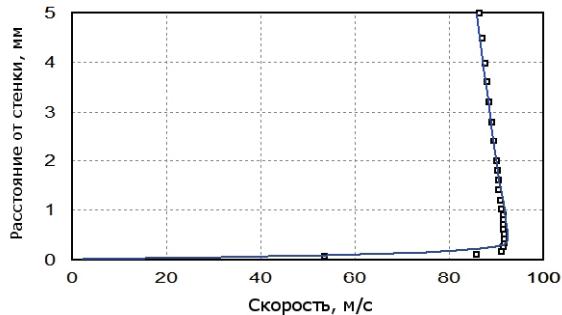


Рис. 8. Профиль скорости для области ламинарного течения ( $s/s_{\max} = 0,2$ ) на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

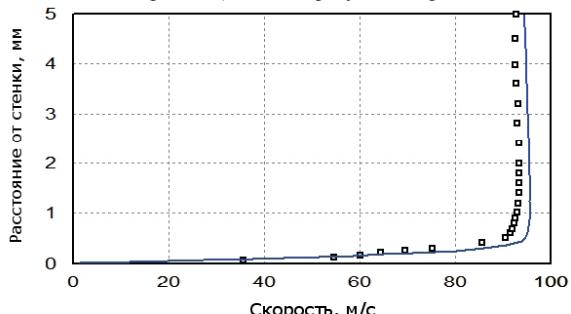


Рис. 9. Профиль скорости для области переходного течения ( $s/s_{\max} = 0,4$ ) на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

Следует отметить, что рассчитанный профиль скорости для  $s/s_{\max} = 0,4$  (рис. 9) более заполненный, чем экспериментальный, и не имеет такого выраженного перегиба. В расчете поток скорее ламинарный, а в эксперименте уже переходный.

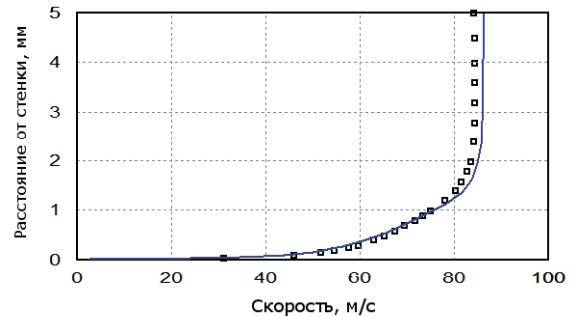


Рис. 10. Профиль скорости для области турбулентного течения ( $s/s_{\max} = 0,68$ ) на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

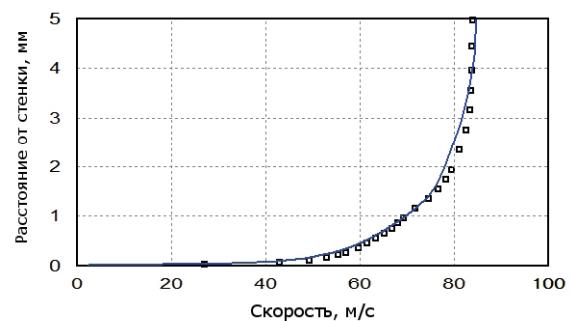


Рис. 11. Профиль скорости для области турбулентного течения ( $s/s_{\max} = 0,82$ ) на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

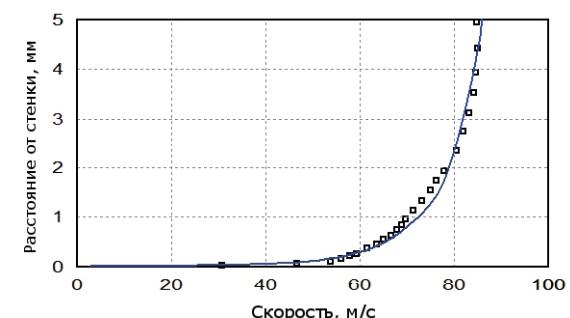


Рис. 12. Профиль скорости для области турбулентного течения ( $s/s_{\max} = 0,95$ ) на стороне разрежения лопатки:  
□ – эксперимент; — – результаты расчетов

На рис. 13–15 представлены рассчитанные и аналитические универсальные профили скорости для участков ламинарного, переходного и турбулентного пограничных слоев. Для переходного профиля скорости выбрано положение

$s/s_{\max} = 0,55$ , соответствующее окончанию переходной зоны. Видно, что для ламинарного пограничного слоя и вязкого подслоя с приемлемой точностью выполняется соотношение  $u^+ = y^+$ . Для буферного слоя и логарифмического участка турбулентного пограничного слоя также имеет место приемлемое согласование с аналитическим законом стенки.

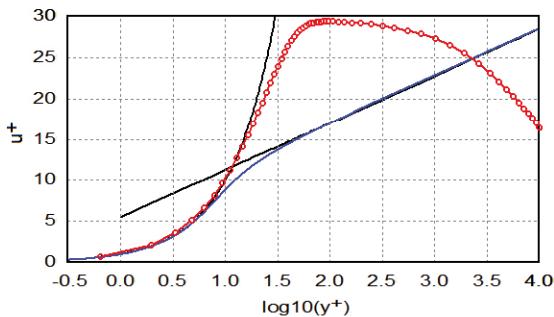


Рис. 13. Универсальный профиль скорости для участка ламинарного пограничного слоя

( $s/s_{\max} = 0,2$ ) на стороне разрежения лопатки:  
— синий — аналитические значения;  
— красные кружки — результаты расчетов

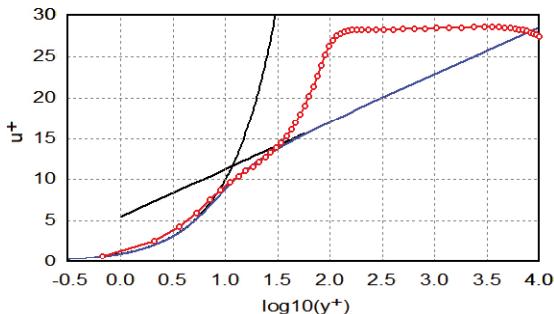


Рис. 14. Универсальный профиль скорости для участка переходного пограничного слоя

( $s/s_{\max} = 0,55$ ) на стороне разрежения лопатки:  
— синий — аналитические значения;  
— красные кружки — результаты расчетов

Объяснение механизма работы модели перехода можно увидеть на рис. 16, где приведено распределение КЭТ вдоль выпуклой стороны лопатки на расстоянии 0,2 мм от нее. Видно, что рост КЭТ для полностью турбулентного течения начинается несколько ниже по потоку от входной кромки и имеет относительно плавный характер. Для переходного течения КЭТ остается пренебрежительно малой почти до середины лопатки и только при  $s/s_{\max} = 0,46$  наблюдается ее скачкообразный рост. Значения КЭТ в турбулентной области пограничного

слоя для переходного течения выше, чем для полностью турбулентного течения, особенно непосредственно за точкой перехода.

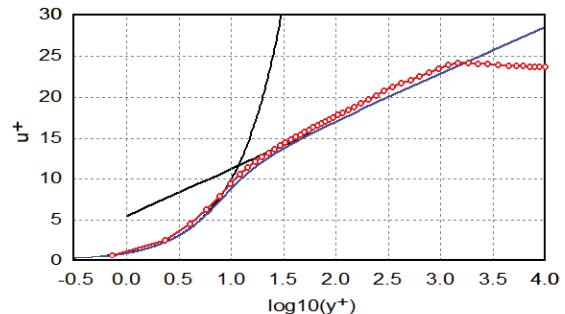


Рис. 15. Универсальный профиль скорости для участка турбулентного пограничного слоя

( $s/s_{\max} = 0,95$ ) на стороне разрежения лопатки:  
— синий — аналитические значения;  
— красные кружки — результаты расчетов

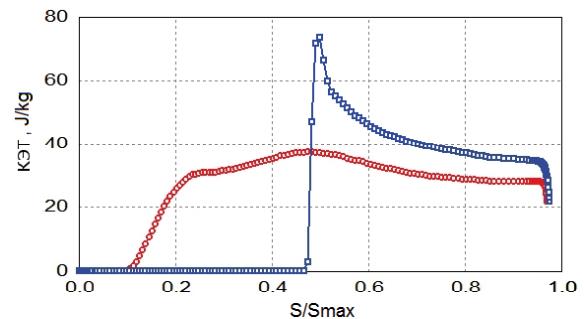


Рис. 16. Распределение КЭТ вдоль выпуклой стороны лопатки на расстоянии 0,2 мм:

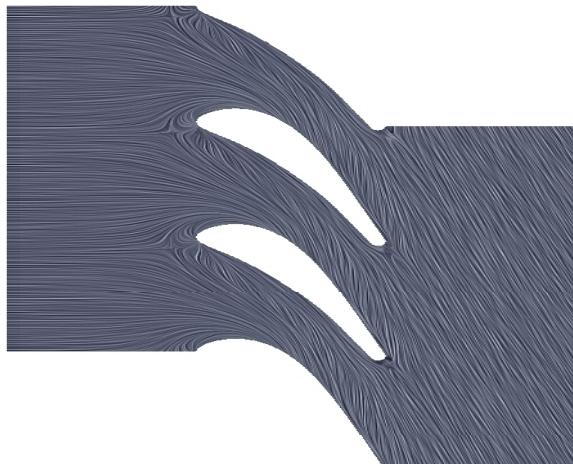
— красные кружки — полностью турбулентное течение;  
— синий квадрат — переходное течение

#### 4. Сравнение турбулентного и переходного течений

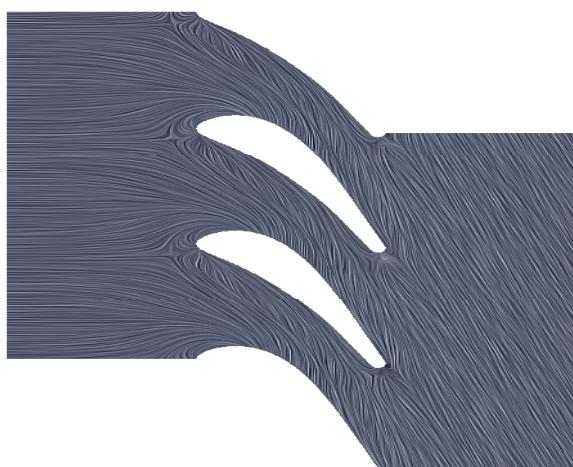
Представляет интерес вопрос, чем отличаются полностью турбулентное и переходное обтекание лопаток решетки не только для потока в средних сечениях по высоте лопаток, но и в привтульных и концевых областях, где сильное влияние оказывают вторичные течения. С этой целью в настоящей работе выполнено сопоставление трехмерной структуры потока для полностью турбулентного и переходного течений.

На рис. 17 представлены поверхности линии тока на прикорневой торцевой поверхности, построенные с помощью пакета Paraview [19]. Структура потока для полностью турбулентного обтекания и переходного течения качественно подобна. Основное отличие состоит в том, что при расчете с переходом перетекание в пограничном слое от стороны давления лопатки к стороне разрежения под

воздействием градиента давления более интенсивное, особенно в области между ветвями подковообразного вихря. Поэтому внешняя часть той его ветви, которая формируется вблизи стороны разрежения, затекает на эту сторону лопатки несколько выше по потоку по сравнению с полностью турбулентным течением. Положение второй ветви подковообразного вихря примерно одинаковое для обоих рассмотренных случаев.



а



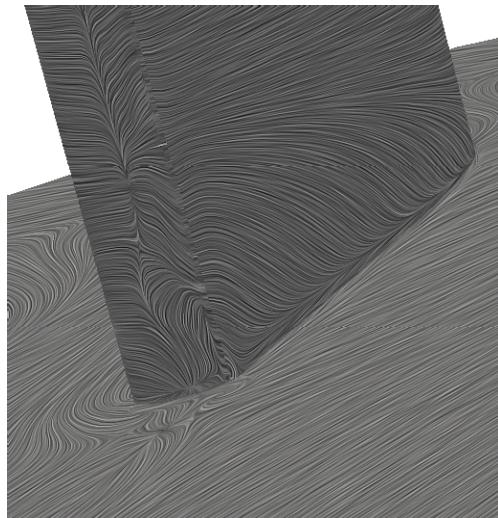
б

**Рис. 17.** Поверхностные линии тока на торцевых обводах решетки:  
а – полностью турбулентное течение;  
б – переходное течение

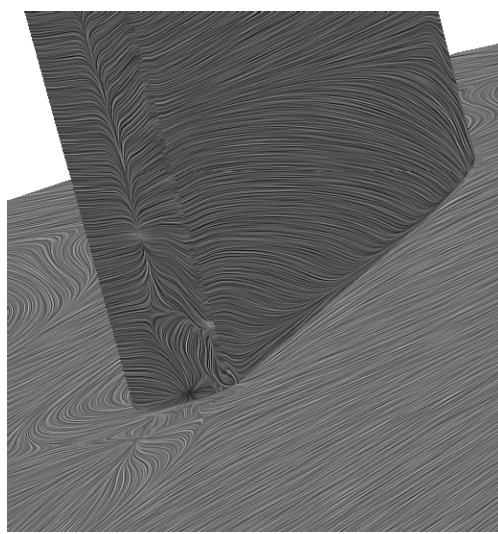
Можно предположить, что пограничный слой в областях течения перед подковообразным вихрем ламинарный, профиль такого пограничного слоя менее заполненный, чем для турбулентного пограничного слоя, и поэтому существует большая подверженность отрыву. Поток за подковообразным вихрем должен начинать турбулизоваться, профиль пограничного слоя в этой области становится более

заполненным, и различия в интенсивности поперечного перетекания между стороной давления лопатки и идущей вдоль нее ветви подковообразного вихря для полностью турбулентного и переходного течений менее выражены.

На рис.18 показаны предельные линии тока на выходной кромке и торцевой поверхности за лопатками для полностью турбулентного и переходного течения.



а



б

**Рис. 18.** Предельные линии тока у выходной кромки лопатки:  
а – полностью турбулентное течение;  
б – переходное течение

Вихревая картина течения оказывается чрезвычайно сложной: в этой области можно насчитать 2 фокуса, которые соответствуют двум противоположно вращающимся двухмерным вихрям в отрыве за выходной кромки, 7 седловых точек и 7 точек растекания, которые

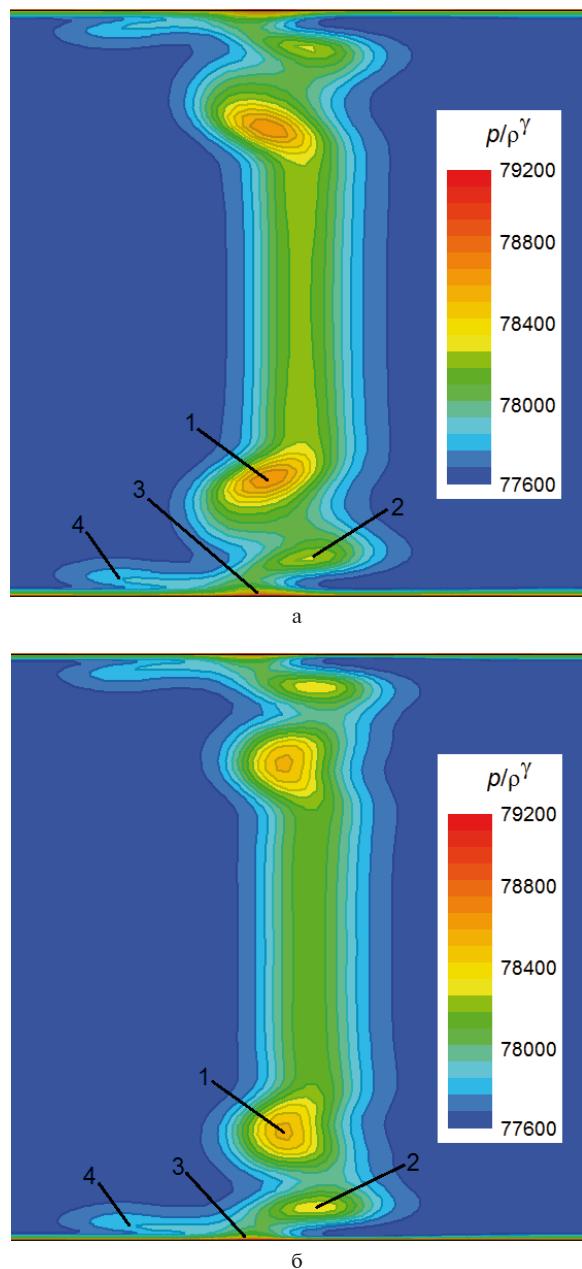
определяют положение вихревых зон трехмерного отрыва. Не ставя цели подробного описания такого течения, отметим наиболее важные, с точки зрения авторов, его особенности.

Во-первых, несмотря на то, что при переходном течении пограничный слой с торцевой поверхности на сторону разрежения начинает затекать раньше, проникает он примерно на ту же высоту на поверхности разрежения лопатки. Возможно, это объясняется тем, что в переходном течении на стороне разрежения пограничный слой тоньше, чем для полностью турбулентного обтекания, и в то же время за горлом его профиль становится турбулентным и более заполненным, что препятствует дальнейшему распространению перетекания.

Во-вторых, на выходной кромке вдоль пера лопатки наблюдаются перетекания чередующихся направлений, разделенные особыми точками (двумя точками растекания и седловой точкой). Такая разделенность течения приводит к дискретности вихревого следа за решеткой. Перетекание вдоль выходной кромки в ядре потока, направленное к середине канала, формирует обширный дискретный вихрь в следе, который будем называть основным вихрем в следе. Интенсивность этого перетекания, а следовательно, и основного вихря больше для полностью турбулентного течения. Ближе к торцевой поверхности образуется приторцевой вихрь противоположного направления вращения. Как видно из расположения особых точек на выходной кромке и торцевой поверхности, приторцевой вихрь для полностью турбулентного течения по сравнению с переходным течением, имеет несколько больший размер в направлении, нормальном к торцевой поверхности, но меньший размер в окружном направлении. В угловой зоне, образованной выходной кромкой и торцевой поверхностью, индуцируется меньший по размеру вихрь, который будем называть угловым вихрем в следе.

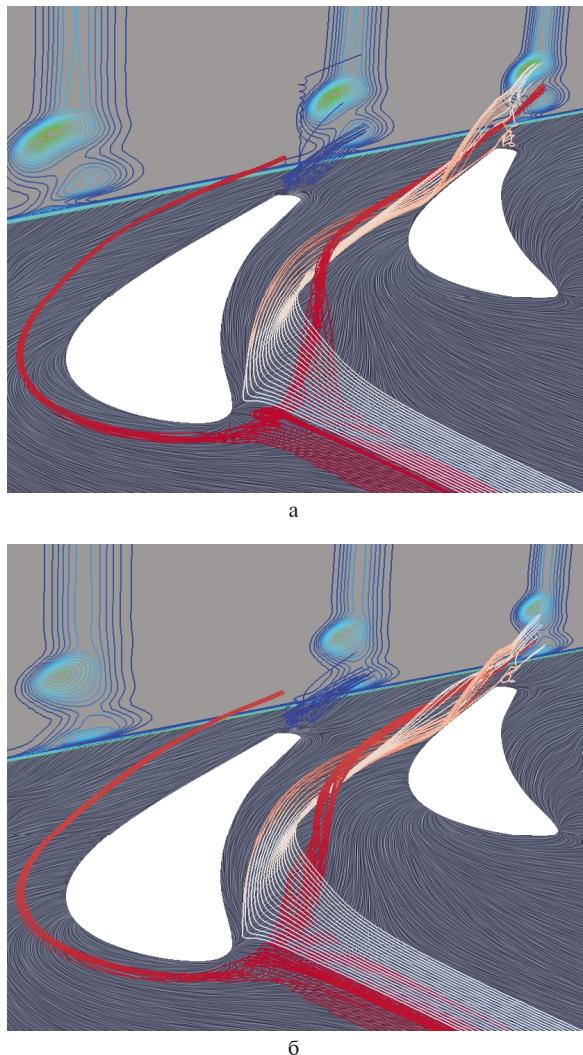
И, в-третьих, характерные размеры углового вихря, расположенного в угловой зоне между стороной разрежения и торцевой поверхностью, больше для полностью турбулентного течения, что, по-видимому, также связано с большей толщиной пограничного слоя.

На рис. 19 приведены изолинии энтропийной функции  $p/\rho^\gamma$  в поперечном сечении за выходными кромками для полностью турбулентного обтекания и переходного течения. Видна достаточно хорошая симметричность течения относительно середины канала. Цифрами обозначены области повышенной энтропии, физический смысл которых будет объяснен ниже.



**Рис. 19.** Изолинии энтропийной функции в поперечном сечении на расстоянии 20% за выходными кромками:  
а – полностью турбулентное течение;  
б – переходное течение

На рис. 20 показана трехмерная структура вторичных течений в межлопаточном канале. На торцевой поверхности представлены предельные линии тока, как на рис. 17, а на перпендикулярной поперечной поверхности – изолинии энтропийной функции, аналогичные рис. 19. Также построены линии тока в приторцевой области, которые проходят через подковообразный, канальный и приторцевой вихри.



**Рис. 20.** Структура вторичных течений:  
а – полностью турбулентное течение;  
б – переходное течение

Анализ приведенных графиков, а также распределений энтропии в нескольких сечениях непосредственно в окрестности выходных кромок и за ними позволяет отметить следующее. Основной вклад в рост энтропии, а следовательно, и в потери для рассматриваемой решетки вносит кромочный след, и локальные максимумы энтропии (рис. 19, 20) соответствуют дискретным вихрям в следе, описанным выше. Влияние канального и подковообразного вихрей и размеры областей, занимаемых ими, существенно меньше. Это объясняется как большой толщиной выходной кромки, так и малой нагруженностью решетки.

Линии тока канального вихря, показанные на рис. 20 светлыми тонами, приходят главным образом в зону 1 повышенной энтропии (рис. 19), которая соответствует основному вихрю в следе. Оба эти вихря имеют одинак-

ковое направление вращения и, скорее всего, объединяются и смешиваются вскоре за выходными кромками. Необходимо отметить, что для переходного течения, для которого интенсивность поперечного перетекания в торцевом пограничном слое и на поверхности разрежения лопатки выше, наблюдается большее рассеяние линий тока канального вихря. В результате, для полностью турбулентного течения в зоне 1 на рис. 19, где сосредоточено два вихря, значения энтропии и потери выше, чем для переходного течения, несмотря на то, что в последнем перетекание в пограничном слое и, следовательно, канальный вихрь более интенсивные.

Линии тока, за выходной кромкой на рис. 20 (цвет синий), распространяются из приторцевой области в зону 2 повышенной энтропии (рис. 19). Для этого вихря, наоборот, линии тока сильнее рассеиваются для полностью турбулентного обтекания, а интенсивность этого вихря больше для переходного течения.

Зона 3 повышенной энтропии на рис. 19 соответствует канальному и следовому угловым вихрям, который на рис. 20 не выделены в силу их малых размеров.

Ветвь подковообразного вихря, формирующаяся со стороны давления (на рис. 20 обозначена красным), приходит к нижней границе зоны 1 повышенной энтропии. При этом для переходного течения она расположена ближе к торцевой поверхности, чем для полностью турбулентного течения. Ветвь подковообразного вихря, формирующаяся со стороны разрежения, приходит в зону 4 повышенной энтропии, причем для полностью турбулентного течения она больше прижата к приторцевой поверхности.

Для полностью турбулентного течения в средних сечениях канала в следе наблюдаются более высокие значения энтропии и больший угол отставания потока. Это объясняется тем, что для полностью турбулентного течения, по сравнению с переходным течением, пограничный слой на обеих поверхностях лопатки толще.

### Заключение

Алгебраическая модель перехода РТМ позволяет моделировать течения в решетках турбин с учетом явления ламинарно-турбулентного перехода. Рассчитанное в настоящей работе положение точки перехода и интегральных параметров пограничного слоя удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. В переходном течении рост КЭТ как на стороне разрежения, так и на стороне давления, наблюдается существенно ниже по потоку, чем при полностью турбулентном обтекании. В целом,

полученная в результате численного моделирования физическая картина обтекания хорошо согласуется с известными представлениями о течениях такого рода.

В переходном течении, за счет большей подверженности потока отрыву, перетекание пограничного слоя с торцевой поверхности на сторону разрежения лопатки начинается раньше, а интенсивность приторцевого вихря в следе оказывается существенно выше, но, в целом, рост потерь кинетической энергии в потоке – значительно меньше. Следовательно, структуры вторичных течений в переходном и полностью турбулентном потоке несколько отличны. Поэтому важным вопросом дальнейшего исследования является изучение закономерностей влияния перехода на вторичные течения и выявление различных способов снижения потерь в турбинных решетках за счет управления переходом в пограничном слое.

В ходе исследования также выяснилось, что моделирование перехода предъявляет повышенные требования к адекватности модели турбулентности, надежности и быстродействию численного метода, разрешению и качеству разностной сетки.

### Благодарность

Данное исследование выполнялось при частичной поддержке Института проточных машин им. Р. Шевальского Польской академии наук. Авторы выражают признательность проф. П. Лампарту за полезные обсуждения работы.

### Литература

1. Hirsch C. Numerical Computation of Internal and External Flows : The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics, 2nd Edition [Text] / C. Hirsch. – Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2007. – 680 p.
2. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD: Second Edition [Text] / D.C.Wilcox. – Palm Drive : DCW Industries Inc., 2004. – 540 p.
3. A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables. Part I : Model Formulation [Text] / F.R.Menter, R.B.Langtry, S.R.Likki [et al.] // J. Turbomach. – 2006. – Vol.128(3). – P.413–422.
4. Langtry R. B. A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes [Text] : Ph.D thesis / R.B.Langtry. – University Stuttgart, 2006. – 109 p.
5. Malan P. Calibrating the -Re Transition Model for Commercial CFD [Text] / P. Malan, K.Suluksna, E.Juntasaro // AIAA Paper. – 2009. – No 2009-1142. – P.1–20.
6. Langtry R. B. Prediction of transition for attached and separated shear layers in turbomachin-  
ery [Text] / R.B.Langtry, S.A.Sjolander // AIAA Paper. – 2002. – No 2002-3641. – 13 p.
7. Denissen N. A. Implementation and Validation of a Laminar-to-Turbulent Transition Model in the Wind-US Code [Text] / N. A. Denissen, D. A. Yorden, N. J. Georgiadis // NASA TM № 215451. – 2008. – 36 p.
8. The SST turbulence model with improved wall treatment for heat transfer predictions in gas turbines [Text] / F.Menter, J.C.Ferreira, Th.Esch [et al.] // Proc. Int. Gas Turbine Congr., Tokyo, 2003. – 7 p.
9. Numerical Simulation of 3D Flow in VKI-GenoaTurbine Cascade Including Laminar-Turbulent Transition [Text] / S.Yershov, A.Derevyanko, V.Yakovlev [et al.] // TASK Quarterly, Scientific Bulletin of the Academic Computer Centre in Gdansk, Poland. – 2016. – Vol. 20, No. 1. – P.43–61.
10. Detailed Velocity and Turbulence Measurements of the Profile Boundary Layer in a Large Scale Turbine Cascade [Text] / M. Ubaldi, P.Zunino, U.Campora[et al.] // ASME Paper No.96-GT-42, Birmingham, UK, 1996. – 14 p.
11. Menter F.R.Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications [Text] / F.R.Menter // AIAA J. – 1994. – Vol.32, No.8. – P.1598–1605.
12. Wilcox D. C. Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model [Text] / D.C.Wilcox// AIAA J. – 1994. – Vol.32, No.2. – P.247–255.
13. Ершов С. В. Ограничение реализуемости для модели турбулентности SST k– [Текст] / С. В. Ершов // Пробл. машиностроения. – 2008. – Т.11, № 2. – С.14–23.
14. Ершов С. В. Квазимонотонная схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье–Стокса [Текст] / С.В.Ершов // Мат.моделирование.– 1994.– Т.6, № 11.– С.63–75.
15. Гризун М. Н. Численное моделирование многомерных сжимаемых течений с помощью метода Ньютона [Текст] / М.Н.Гризун, С.В.Ершов // Вестник НТУ «ХПИ». Сер.: Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование.– Х., 2013.– № 13.– С.38–46.
16. The development of new CFD solver for 3D turbomachinery flow computations [Text] / S. Yershov, V. Yakovlev, A. Derevyanko [et al.] // Cieplne Maszyny Przepywowe. Turbomachinery. 2012. No.141. – P.15–24.
17. Ершов С.В.Границные условия во входном пограничном слое для k–ω моделей турбулентности [Текст] / С.В.Ершов // Проблемы машиностроения.– 2008.– Т.11, № 3.– С.24–29.
18. Mayle R. E.The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines [Text] /

R. E. Mayle // ASME J. Turbomachinery. 1991.  
Vol.113.— P.509—531.

19.ParaView [Электронный ресурс]. Режим до-  
ступа : <http://www.paraview.org>. — 30.05.2016 у.

Поступила в редакцию 10.05.2016

**С.В. Єршов, В.А. Яковлев, А.І. Дерев'янко. Верифікація алгебраїчної моделі ламінарно-турбулентного переходу при розрахунку тривимірної течії в турбінній решітці**

Розглядається тривимірна турбулентна течія в'язкого стисленого газу в турбінній решітці з урахуванням ламінарно-турбулентного переходу. Математичне моделювання такої течії здійснюється на основі рівнянь Нав'є-Стокса, осереднених за Рейнольдсом, і двопараметричної диференціальної моделі турбулентності  $k-\omega$  SST. Моделювання переходу виконано за допомогою алгебраїчної моделі PTM (Production Term Modification). Для з'ясування меж застосування і оцінки можливостей моделі PTM при розрахунку течій в решітках турбомашин проведено докладне зіставлення розрахункових чисельних результатів та існуючих експериментальних даних для переходної течії в дозвуковій решітці VKI-Genoa.

**Ключові слова:** чисельне моделювання, 3D течія, турбінна решітка, ламінарно-турбулентний переход, зіставлення з експериментом, вторинні течії.

**S.V. Yershov, V.A. Yakovlev, A.I. Derevyanko. Verification of the algebraic model of laminar-turbulent transition on a 3d flow through a turbine cascade**

This study presents a numerical simulation of a 3D viscous compressible flow in the turbine cascade taking into account the laminar-turbulent transition. The numerical simulation is performed using the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations and the low-Reynolds  $k$ -SST turbulence model. The Langtry's algebraic Production Term Modifier (PTM) model is applied for modeling the laminar-turbulent transition. To determine the applicability limits of the PTM model and to estimate its ability to simulate turbomachinery flows, a detailed comparison of the numerical results and the existing experimental data was performed for the transitional flow in the subsonic VKI-Genoa cascade.

**Key words:** numerical simulation, 3D flow, turbine cascade, laminar-turbulent transition, comparison with experiment, secondary flows.